Université Ferhat Abbas
Faculté des Sciences
Département de Physique
Le 14/01/2016 à 08h15

Année Universitaire 2015/2016
LMD Sciences de la Matière

Durée : 1h30min

Examen de contrôle en Maths1

• **Exercice 1** (4 pts)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation suivante

$$|3-2x|>9$$

2. Démontrer par récurrence que

$$\forall n \in \mathbb{N} : 7^n - 1 \text{ est divisible par } 6$$

(a divisible par $3 \Longleftrightarrow \exists q \in \mathbb{N}$ tel que $a = 3q$).

• **Exercice 2** (6 pts)

Soit f une fonction définie par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{2x+5}-3}$

1. Déterminer D_f le domaine de définition de f.
2. Déterminer les limites de f aux extrémités de D_f.
3. Montrer que f est dérivable sur $]2,+\infty[$ et calculer $f'(x)$ pour $x \in]2,+\infty[$.
4. Soit g une fonction définie par

$$g(x) = \begin{cases} f(x), \text{ si } x \neq 2 \\ 2a+1, \text{ si } x = 2 \end{cases}$$

- Déterminer $a \in \mathbb{R}$ pour que g soit un prolongement par continuité de f en 2.

• **Exercice 3** (4 pts)

Montrer que l'ensemble $A = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$ est un sous-groupe du groupe multiplicatif $(\mathbb{Q}^*, \times)$, ($\times$ est la multiplication usuelle dans $\mathbb{Q}^*$).

• **Exercice 4** (6 pts)

On considère l'application f définie de $\mathbb{R}^3$ vers $\mathbb{R}^2$ par

$$(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : f(x,y,z) = (y+z, x)$$

1. Montrer que f est linéaire.
2. Soient les vecteurs $u = (1,2,3), v = (1,1,1)$. Déterminer $f(u),\ f(v),\ f(u-2v)$.
3. Déterminer $\ker f$ et $\operatorname{Im} f$.
4. Donner une base pour $\ker f$ et $\operatorname{Im} f$. Déduire $\dim \ker f$ et $\dim \operatorname{Im} f$.

Bon courage à tous!