Département d'Informatique Faculté des Sciences—UFA Sétif-1

THEORIE DES LANGAGES

Série 02

Grammaires Hors Contexte et Automates à Pile

EXERCICE 01

Soit la grammaire G = ({E}, {+, *, (,), id}, P, E) donnée par les productions :

$E \rightarrow E + E \,/\, E * E \,/\, (E) \,/\, id$ où id représente les identificateurs.

1. Donnez les arbres de dérivations pour les mots (id+id)*id et id*(id+id)+id
2. Cette grammaire est-elle ambiguë ?

EXERCICE 02

Soit la grammaire G donnée par G = ({S}, { (,) }, P, S)

$S \rightarrow SS \,/\, (S) \,/\varepsilon$

1. Montrez en dessinant les arbres de dérivation que les mots (()()) et (()(()())) appartiennent au langage généré par G.
2. Pouvez-vous décrire le langage généré par G ?

EXERCICE 03

Soit la grammaire G = ({S}, {0, 1}, P, S) où $S \rightarrow S1S/0$

1. Montrez que cette grammaire est ambiguë (elle admet au moins deux dérivations distinctes pour le même mot).
2. Quel est le langage généré par G ?
3. Proposez une grammaire non ambigüe qui génère le même langage.

EXERCICE 04

Simplifiez les grammaires suivantes :

$$\begin{cases} S \rightarrow bBAa/bB\ aB \\ A \rightarrow aAbB \\ B \rightarrow SBaS/\ aC \\ C \rightarrow SBA \,/\, ab \end{cases} \qquad \begin{cases} S \rightarrow aBa \\ B \rightarrow Sb \,/\, bCC \,/\, DaB \\ C \rightarrow ab \,/\, DD \\ D \rightarrow aDB \\ E \rightarrow aC \end{cases}$$

EXERCICE 05

Construire des grammaires régulières qui génèrent les langages :

$L_1 = (01)^*$ $L_2 = (01)^*11$ $L_3 = 0^* + (0+11)^*$ $L_4 = 0^*1^*$

EXERCICE 06

Construire des grammaires hors contexte qui génèrent les langages :

$L_0 = \{0^n110^n \,/\, n \geq 0\}$ $L_1 = \{wcw^t \,/\, w \in (0+1)^*\}$

$L_2 = \{0^n1^{2n} \,/\, n \geq 0\}$ $L_3 = \{0^n1^m \,/\, n \leq m \leq 2n\}$

$L_4 = L_2L_3$ $L_5 = L2 \cup L3$ $L_6 = \{0^n1^n0^m \,/\, n \geq 0 \,;\, m \geq 0\}$

EXERCICE 07
Soit la grammaire G donnée par les productions : G = ({S,A,B},{a,b},P,S)

S $\rightarrow$ bA / aB
A $\rightarrow$ bAA / aS / a
B $\rightarrow$ aBB / bS / b

1. Montrez que le mot aabbab appartient à L(G).
2. Pouvez-vous décrire le langage généré par G.
3. Mettre la grammaire G sous la forme normale de Chomsky

EXERCICE 08
Soit la grammaire donnée par les productions : A $\rightarrow$ Aab/Aba/a/b

1. Donnez une grammaire équivalente non récursive à gauche.
2. Quel est le langage généré par ces productions ?

EXERCICE 09
Soit la grammaire G = ({S,A},{a,b},P,S)

S $\rightarrow$ AA/ a
A $\rightarrow$ SS / b

1. Donnez une grammaire équivalente sous la forme normale de Greibach.

EXERCICE 10
Soit la grammaire G = ({S, B, C}, {a, b, c}, P, S)

S $\rightarrow$ aSBC / abC
CB $\rightarrow$ BC
bB $\rightarrow$ bb
bC $\rightarrow$ bc
cC $\rightarrow$ cc

1. De quel type est cette grammaire ?
2. Montrez que les mots $a^2b^2c^2$ et $a^3b^3c^3$ sont générés par G.
3. Quel est le langage généré par cette grammaire ?

EXERCICE 11
1. Construire des automates à pile déterministes qui acceptent les langages L_1, L_2 et L_6 de l'exercice 06.
2. Construire un automate à pile qui accepte le langage $\{w \in (a+b)^* \ / \ |w|_a = |w|_b\}$. Donnez la suite des configurations de l'automate pour le mot aabbabab.