

Série d'exercice N° 2

Cinématique du point matériel

Exercice N° 01

Un corps se déplace suivant l'axe (OX) selon la loi $x(t) = 2t^3 + 5t^2 + 5$.

- 1) Etablir les équations de la vitesse et de l'accélération en fonction du temps.
- 2) Tracer les variations de la vitesse et de l'accélération en fonction du temps.
- 3) Pendant quels intervalles de temps le mouvement est-il accéléré ? ou retardé?
- 4) Trouver la position du corps, sa vitesse et son accélération à $t_1 = 2s$ et à $t_2 = 3s$.
- 5) Calculer la vitesse et l'accélération moyennes du corps entre les instants t_1 et t_2 .

Exercice N° 02

Les vecteurs vitesses de deux mobiles A et B sont données dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) par les expressions suivantes : $\vec{V}_A(-t, -t)$ et $\vec{V}_B(-t, +t)$;

- Déterminer les équations horaires du mouvement, sachant qu'à l'instant $t = 0$ les deux mobiles occupaient les positions suivantes ; $\vec{OA}_{(0)}(1,1)$ et $\vec{OB}_{(0)}(2,0)$ où les unités sont données, la distance en m et le temps en s.
- Montrer que les deux mouvements sont rectilignes uniformément accélérés.
- Calculer la vitesse moyenne du mobile A dans l'intervalle de temps $[0,1]$ en second.
- Quelle est la distance entre les positions occupées par les deux mobiles à l'instant $t=1s$?
- Montrer que les trajectoires de A et de B sont perpendiculaires.

Exercice N° 03

Un tracteur partant d'un point A situé sur une route rectiligne doit atteindre un point B situé dans un champ à la distance $d = CB$ de la route, et ce dans un temps minimale. On suppose que les trajets successifs AD et DB rectiligne et parcourue à la vitesse constante par le tracteur qui va deux fois moins vite dans le champ que sur la route. On pose $AC = L$ et $AD = x$

- Exprimer la durée t du trajet ADB en fonction de x .
- En quel point D le tracteur doit-il quitter la route ?

Exercice N° 04

Une automobile partant du repos accélère uniformément sur 200m. Elle roule à vitesse constante sur 160m puis décélère sur 50m avant de s'arrêter. L'ensemble du trajet dure 33s.

Tracer le graphe de la vitesse en fonction du temps.

Combien de temps a-t-elle roulé à vitesse constante ?

Exercice N° 05

Une balle est lancée vers le haut avec une vitesse initiale de 12 m/s à partir d'un toit situé à 40 m du sol.

- Trouver sa hauteur maximale.

- Trouver la durée de son parcours et les instants où elle se trouve au niveau du toit et 15m en dessous de toit.

Exercice N° 06

Un point M décrit la spirale logarithmique, $r = r_0 e^{\theta}$ avec une vitesse angulaire $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ constante.

On prendra $\theta = 0$ pour $t = 0$

- Calculer les composantes des vecteurs vitesse et accélération.
- Calculer le rayon de courbure de la trajectoire.

Exercice N° 07

Un objet se déplace sur un chemin circulaire à une vitesse constante de 2 m/s change sa direction de 30° en 3s.

- Quelle est la variation du vecteur vitesse ?
- Quelle est l'accélération moyenne du mobile pendant 3s.

Exercice N° 08

Un point matériel se déplace suivant l'axe $x'ox$ à partir de l'origine à l'instant $t=0$, sans vitesse initiale.

$$\text{L'accélération du mouvement est donnée par : } a = \begin{cases} 1 \text{ m/s}, & t \in [0, 4\text{s}] \\ 0 \text{ m/s}, & t \in [4\text{s}, 6\text{s}] \\ -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, & t \in [6\text{s}, 10\text{s}] \end{cases}$$

- Représenter l'accélération $a(t)$ en fonction du temps.
- Trouver les expressions de la vitesse dans les différentes étapes du mouvement, représenter $v(t)$.
- Quelle est la distance totale parcourue par le point matériel entre les instants $t=0\text{s}$ et $t=10\text{s}$.
- Trouver les équations du mouvement dans les différentes étapes de mouvement.

Exercice N° 09

La position d'un mobile est donnée par son vecteur position : $\overrightarrow{OM} = R(1 + \cos 2\theta)\vec{i} + R\sin 2\theta\vec{j}$ avec $\theta = \omega t$ et R sont des constantes.

- Trouver l'équation de la trajectoire.
- Trouver en coordonnées cartésiennes, les vecteurs vitesse et accélération et calculer leurs modules.
- Trouver, en coordonnées polaires, l'équation de la trajectoire, les vecteurs vitesse et accélération.
- En utilisant les coordonnées intrinsèques, montré que le vecteur accélération est toujours dirigé vers un point fixe.
- Calculer la longueur totale de la trajectoire.

Exercice N° 10 :

Le mouvement d'un mobile est décrit, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, par les équations horaires suivantes : $x(t) = \cos(t) e^t$, $y(t) = \sin(t) e^t$, $z(t) = e^t$

- Montrer que la trajectoire est ouverte.
- Calculer le vecteur vitesse et son module puis déduire les composantes du vecteur unitaire tangentiel \vec{U}_T .
- Calculer le vecteur accélération et son module.
- Calculer l'accélération tangentielle et l'accélération normale et déduire le rayon de courbure de la trajectoire.
- Calculer la longueur de la trajectoire parcourue pendant l'intervalle du temps $[0, T]$.

Exercice N°11 :

Les coordonnées d'une particule mobile dans le référentiel (R) muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont données en fonction du temps par : $x = t^2 - 4t + 1$; $y = -2t^4$; $z = 3t^2$

Dans un deuxième référentiel (R') muni du repère $(O', \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$, avec $\vec{i} = \vec{i}'$, $\vec{j} = \vec{j}'$, $\vec{k} = \vec{k}'$, elles ont pour expression : $x' = t^2 + t + 2$; $y' = -2t^4 + 5$; $z' = 3t^2 - 7$

- Exprimer la vitesse \vec{v} de M dans (R) en fonction de sa vitesse \vec{v}' dans (R'). procéder de même pour les accélérations.
- Définir le mouvement d'entraînement de (R') par rapport à (R).

Exercice N° 12

Un bateau se dirigeant vers le nord traverse une rivière à une vitesse de 10 km/h par rapport à l'eau. La vitesse du courant est de 5Km/H vers l'est par rapport à la terre.

- Déterminer la vitesse du bateau par rapport à un observateur debout sur l'une des deux rives.
- Si la longueur de la rivière est de 3km, calculer le temps nécessaire pour la traversée.

Exercice N° 13

Un insecte se déplace à une vitesse constante v' le long d'une tige qui tourne autour de l'une de ses extrémités. La vitesse angulaire de la tige est ω .

- Calculer la vitesse et l'accélération de l'insecte par rapport à la terre.

Exercice N° 14

Un train animé d'une vitesse v traverse une gare. A l'instant $t=0$, une ampoule P se détache du plafond d'un de ses compartiments de P est alors observé par un voyageur du train et par le chef de gare immobile sur le quai.

- Déduire le mouvement de P pour chacun des observateurs.