

Exercice 1 : Une entreprise de menuiserie envisage de produire des bureaux.

Elle peut en faire de deux types :

- un bureau ordinaire qu'elle pourrait vendre avec un profit de 400 dinars. Le marché est de 800 unités ;

- un bureau de luxe pour lequel le profit serait de 1000 dinars par unité vendue.

Elle espère pouvoir en vendre 700.

Les deux bureaux nécessitent une quantité égale de bois de 0,45 dm³ de pin. Le fournisseur habituel de l'entreprise ne peut en fournir, dans la qualité habituelle, que 600 dm³. Il faut également utiliser du latté de 15 mm : 0,5 m² pour le bureau de luxe et 0,75 m² pour le bureau ordinaire. Notre fournisseur peut nous livrer à concurrence de 1 000 m².

Il faut 12 h de travail pour monter un bureau normal et 24 h pour monter celui de luxe. La capacité annuelle est de 20 400 h de travail.

1. Vous êtes appelé en consultation pour déterminer le programme de fabrication optimum.
2. Utilisez une méthode graphique.

Exercice 2 : M. Ammar, qui tient une boulangerie haut de gamme vous signale qu'il est préoccupé par la commercialisation des pains et des baguettes. Il souhaite savoir quel est le nombre optimum à fabriquer chaque jour de chacun de ces deux produits, qui constituent l'essentiel de son chiffre d'affaires. Il vous a communiqué les informations suivantes :

Prix de vente hors taxe d'un pain de 400 g : 13 dinars

Prix de vente hors taxe d'une baguette de 250 g : 6,80 dinars

On admettra que le coût variable du pain (quelle que soit la présentation, pain ou baguette) s'établit à 12 dinars le kg.

Le maximum de pâte à pain fournie est de 225 kg.

Le four permet de cuire en une heure 100 baguettes ou 75 pains, et peut fonctionner 8 h au maximum.

Enfin, M. Ammar estime qu'il ne peut pas vendre en une journée plus de 500 pains et plus de 500 baguettes.

- 1) Écrire le programme linéaire qui permet de maximiser le bénéfice " Boulangerie " de M. Ammar.
- 2) Donner une solution graphique.

Exercice 3 : Un artisan fabrique des objets A et de objets B.

La réalisation d'un objet A demande 30 dinars de matière première et 125 dinars de main d'œuvre.

La réalisation des objets B demande 70 da de matière première et 75 da de mains d'œuvre.

Les profits réalisés sont de 54 da par objets A, et de 45 da par objet B.

La dépense journalière en matière première ne doit pas dépasser 560 da.

La dépense journalière en main d'œuvre ne doit pas dépasser 1 250 da.

- 1) Écrire le programme linéaire qui permet d'optimiser les profits.
- 2) Donner une solution graphique.

Exercice 4:

Un agriculteur dispose d'une superficie cultivable de 50 ha. Il peut écouler, au prix du marché, tous les produits qu'il obtient et qui sont essentiellement des tomates, des laitues et des radis. Les tomates se vendent 50 DA le kg, la laitue se vend 30,50 DA le pied et la livre de radis 20,50 DA.

Les rendements moyens par ha sont respectivement de 2 tonnes, 4 000 pieds et 1 tonne, pour les tomates, la laitue et les radis.

Pour obtenir ces résultats, il faut employer des engrais à raison de 100 kg/ha pour les tomates et pour les laitues et à raison de 50 kg/ha pour les radis.

D'autre part, les travaux d'aménagement du sol, de semence et de récolte demandent l'emploi de dix hommes/jour par hectare pour les tomates, de six hommes/jour par hectare pour les radis et de vingt hommes/jour par hectare pour la laitue. Compte tenu des disponibilités locales en main-d'œuvre, le cultivateur ne peut employer que 400 hommes/jour.

L'engrais revient à 50 DA le kg, le coût d'un homme/jour est de 350 DA.

Il s'agit de déterminer le meilleur programme de production.

- 1) Poser le problème sous forme de programme linéaire.
- 2) Déterminer la solution optimale à l'aide de la méthode du simplexe.
- 3) Peut-on améliorer le programme si on peut disposer de 200 hommes/jour de main d'œuvre supplémentaire au prix de 400 DA par homme/jour ?

Exercice 5:

La société des carrières de Aîn-Aroua a pour objet l'extraction et la distribution de matériaux de carrière. Elle doit assurer, pour des travaux routiers, la fourniture aux Ponts et Chaussées de graviers en divers calibres.

Un marché portant sur les quantités suivantes :

Graviers calibre 1 _____ 13 500 tonnes

Graviers calibre 2 _____ 11 200 tonnes

Graviers calibre 3 _____ 5 000 tonnes

a été adjudgé pour un prix global de facturation.

La société exploite deux carrières P1 et P2 louées à une société civile qui perçoit une redevance par tonne de pierre extraite. Celle-ci est la suivante :

Pour P1 _____ 19,40 da par tonne

Pour P2 _____ 20,00 da par tonne

Après extraction la pierre est concassée. Les graviers ainsi obtenus sont triés selon leur calibre. Chaque tonne de pierre fournit les quantités suivantes de gravier (exprimées en tonnes) :

Pierre de P1 :	Pierre de P2 :
Graviers calibre 1 : 0,36 t	Graviers calibre 1 : 0,45 t
Graviers calibre 2 : 0,40 t	Graviers calibre 2 : 0,20 t
Graviers calibre 3 : 0,16 t	Graviers calibre 3 : 0,10 t

(Le complément à une tonne représente du sable, actuellement considéré comme déchet sans valeur marchande).

La direction souhaite définir son programme d'extraction de pierre de P1 et de P2 de façon à minimiser le coût de redevances à la société civile.

1. Ecrire le programme linéaire correspondant.
2. Présenter le programme linéaire sous la forme canonique.
3. Donner la formulation du programme dual.
4. Résoudre le programme dual par la méthode du simplexe.
5. L'optimisation du programme conduit-elle à produire des graviers en excédent par rapport aux tonnages adjudgés ?

Exercice 6:

L'entreprise Duralumin fabrique pour des entreprises de quincaillerie, des pièces en inox. Ces pièces sont de trois types : A, B, C. Elles sont fabriquées par lots de 50 dans un grand atelier où sont rassemblées deux machines pour la découpe de l'inox, une machine pour l'emboutissage, deux machines pour le polissage et la finition. Chaque machine fonctionne 120 heures par mois.

Les caractéristiques de fabrication sont rassemblées dans le tableau suivant :

	Coût de l'heure	Lot A	Lot B	Lot C
Découpe	20 DA	1 h	1,5 h	1,5 h
Emboutissage	30 DA	0,5 h		1 h
Polissage et finition	40 DA	2 h	1 h	1 h
Inox		50 DA	85 DA	68 DA
Prix de vente (hors taxe)		200 DA	200 DA	210 DA

1. Trouver le programme linéaire correspondant.
2. Quel est le programme de production optimal ? (On utilisera la méthode du simplexe.)

Exercice 7:

Une entreprise chimique utilise la matière première M. Lors de la première transformation chimique T1, on obtient 75% de produit fini B et 25 % de produit C. On peut retraiter tout ou partie des produits C. On obtient à l'issue de cette transformation T2, 40% de produits B, 20% de produits C et 20% de produits D. L'entreprise utilise un minimum de 3 000 tonnes de produits B, de 500 tonnes de produits C et de 500 tonnes de produits D.

La transformation T1 coûte 100 DA par tonne. T2 coûte 200 DA par tonne.

1. Écrire le programme linéaire qui permet de minimiser le coût, en fonction de la quantité de matière M qui est passée par T1, et de la quantité de produits C que l'on transforme par T2.
2. Écrire le programme dual et le résoudre par la méthode du simplexe.

Exercice 8: Résoudre le programme linéaire suivant en utilisant :

1. La méthode graphique.
2. La méthode du simplexe.

$$\begin{aligned} \text{Max } z & \quad ; \quad z = 2x + y \\ \left\{ \begin{array}{l} 2x + y \leq 10 \\ x - y \leq 8 \\ x \geq 0 \quad ; \quad y \geq 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$