

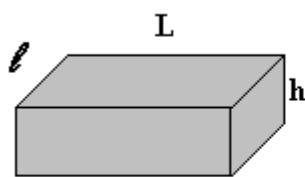
TP N°1 : MESURE DE GRANDEURS PHYSIQUES ET INCERTITUDES

1. OBJECTIFS

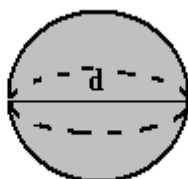
- Apprendre à estimer une incertitude de mesure.
- Savoir représenter un résultat de mesure.
- Maîtriser l'utilisation des instruments de base de mesure de longueur.
- Calculer les surfaces et volumes d'objets de différentes formes.

2. MATÉRIEL

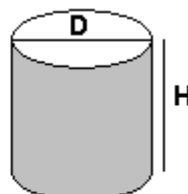
Objets à mesurer	Instruments de mesure
1. Plateau de table (Paillasse) 2. Parallélépipède droit. 3. Cylindre droit. 4. Sphère (bille en acier).	<ul style="list-style-type: none"> • Réglet (échelle graduée à 1mm et $\frac{1}{2}$ mm). • Pied à coulisse au $\frac{1}{10}^{\text{ème}}$ de mm. • Pied à coulisse au $\frac{1}{50}^{\text{ème}}$ de mm. • Loupe.



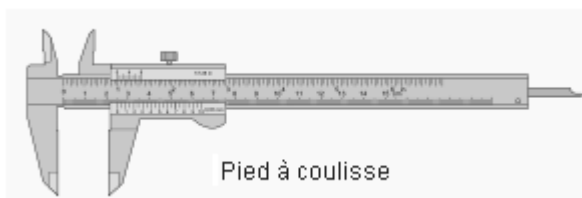
Parallélépipède



Sphère



Cylindre



Pied à coulisse

3. MANIPULATION

3.1. Mesures répétées de longueurs avec un réglet.

Mesurer quatre fois la longueur d'un plateau de paillasse (désigné par le chargé de TP), en procédant de la même manière et avec le même soin (en évitant notamment l'erreur de parallaxe). Porter les valeurs mesurées dans le tableau ci-dessous.

	1 ^è mesure	2 ^è mesure	3 ^è mesure	4 ^è mesure	L_{moy}
Longueur L du plateau (cm)					
Incertitude d'instrument(mm)					
$L_{\text{mes}} - L_{\text{moy}}$					

- Quelle estimation peut-on faire de l'**incertitude liée à la sensibilité** de l'instrument de mesure utilisé (réglet) ? À quelle catégorie d'incertitudes relève-t-elle ?
- Compléter le tableau en calculant la **moyenne** des valeurs mesurées (L_{moy}) et l'**écart** ($L_{mes} - L_{moy}$) pour chaque mesure ; en déduire l'incertitude absolue correspondant à la dispersion des valeurs mesurées et l'**incertitude absolue globale** sur la mesure.
- Écrire le résultat de la mesure avec l'incertitude absolue correspondante selon la forme d'encadrement standard $L = (L_{moy} \pm \Delta L)$ unité, en faisant attention au **nombre de chiffres significatifs** retenus.

3.2 MESURE DE LONGUEURS D'ORDRE DE GRANDEURS DIFFERENTS

Mesurer la **largeur (l)** et l'**épaisseur (e)** du même plateau en utilisant l'échelle normale E_1 du réglet (Graduée en millimètres). Refaire la mesure de l'**épaisseur** en utilisant l'échelle plus fine E_2 du réglet (Graduée en $\frac{1}{2}$ mm) puis le **pied à coulisse (P.A.C.) au 1/10 de mm**. Porter les valeurs mesurées dans le tableau ci-dessous.

Grandeur à mesurer	Instrument utilisé	Valeur mesurée (mm)	Incertitude absolue (mm)	Incertitude relative (%)
1. Largeur (l)	Réglet E_1			
2. Epaisseur (e)	Réglet E_1			
3. Epaisseur (e)	Réglet E_2			
4. Epaisseur (e)	P.A.C			

Conclusion :

3.3 MESURE DE LONGUEURS D'OBJETS DE FORMES DIFFERENTES

Nous disposons de trois objets : une sphère, un parallélépipède et un cylindre, en utilisant le pied à coulisse au 1/50 de mm, mesurez :

- La longueur L , la largeur l , et la hauteur h du parallélépipède. Estimer les incertitudes ΔL , Δl et Δh . Calculez le volume du parallélépipède V et son incertitude ΔV en cm^3 . Ecrire le résultat sous la forme standard.
- Le diamètre d de la sphère. Estimer l'incertitude Δd . Calculer la surface S en cm^2 et le volume V en cm^3 ainsi que les incertitudes ΔS et ΔV . Ecrire les résultats sous la forme standard.
- Le diamètre D , la hauteur H du cylindre. Estimer les incertitudes ΔD et ΔH . Calculer le volume du cylindre et son incertitude. Ecrire le résultat sous la forme standard.

4. FEUILLE DE RÉPONSE

La feuille de réponse est dûment remplie par chaque binôme et remise à la fin de la séance.

ANNEXE 1 : RAPPELS SUR LES INCERTITUDES EXPÉRIMENTALES

1. GÉNÉRALITES SUR LES MESURES EN SCIENCES PHYSIQUES

1.1 Grandeur physique mesurable

Les sciences physiques sont des sciences expérimentales. Elles visent à décrire les phénomènes tant qualitativement que quantitativement en s'appliquant notamment à les caractériser par des grandeurs mesurables.

Mesurer une grandeur consiste à la comparer à une grandeur de même espèce, prise pour unité. En pratique, cela nécessite la mise en œuvre de dispositifs expérimentaux (instruments, appareillage de mesure, montage, etc.) et de procédés ou de méthodes de mesures appropriées. Le résultat de la mesure ou valeur quantitative obtenue, s'exprime par un nombre concret, suivi du nom ou du symbole d'une unité de mesure (exemple : 15.7Kg ; 134cm ; 4.5mA).

1.2 Mesure directe et indirecte

Dans certaines situations expérimentales, les grandeurs sont mesurées directement (exemple : mesure de la masse d'un corps à l'aide d'une balance, mesure de la distance à l'aide d'une règle graduée, de température, etc.). Dans d'autres situations, la mesure se fait indirectement, les grandeurs concernées sont déduites par le calcul, à partir de la mesure d'autres grandeurs (exemple : mesure d'une masse volumique, d'une concentration, d'une vitesse, d'une puissance, etc.)

1.3 Caractère incertain d'une mesure

La mesure d'une grandeur physique, directe ou indirecte ; est toujours entachée d'une certaine indétermination ou incertitude, due au fait que la mesure ne peut être parfaitement exempte d'erreurs. Les causes d'incertitudes tiennent principalement aux éléments suivants : l'expérimentateur (erreur humaine), l'instrument, la méthode et l'environnement de la mesure. On classe en général les incertitudes en deux catégories, selon les types d'erreurs suspectées (erreurs « systématiques » ou « accidentelles ou aléatoires »). Ceci facilite à la fois l'estimation, la réduction ou l'élimination des causes éventuelles correspondantes (voir tableau 1).

Tableau 1: Typologie des incertitudes de mesure

	Origine-Causes	Caractéristiques	Traitement
Incertitudes accidentelles (aléatoires)	<ul style="list-style-type: none"> ● Inexpérience, distraction ou négligence de l'expérimentateur. ● Phénomènes perturbateurs extérieurs (humidité, température, pression, etc.) ● Nature du phénomène physique étudié (exemple suggestif de la radioactivité) 	<ul style="list-style-type: none"> ● Caractère aléatoire, ● Répartition statistique des valeurs mesurées autour de la valeur vraie de la grandeur mesurée. ● Valeur variable, imprévisible. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Répéter plusieurs fois la mesure. ● Prendre comme valeur mesurée, la moyenne arithmétique des résultats. ● Traitement statistique élémentaire ou élaboré si nécessaire
Incertitudes systématiques	<ul style="list-style-type: none"> ● Erreur de parallaxe, défaut de réglage du zéro de l'instrument de mesure. ● Vieillesse des composants, dégradation des traits de graduation, etc. ● Procédé de mesure inadapté. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Valeur fixe en signe et en grandeur. ● Difficilement détectables par une simple répétition de la mesure. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Etude critique des méthodes expérimentales utilisées. ● Etalonnage périodique des instruments de mesure. ● Reprise de la mesure avec un autre appareil ou un autre procédé de mesure.

2. TRAITEMENT SCIENTIFIQUE DES INCERTITUDES EXPÉRIMENTALES

2.1 Notion d'erreur et d'incertitude absolue et relative

Lorsqu'on mesure une grandeur physique G , dans une situation expérimentales donnée, la valeur quantitative obtenue (g_{mes}) ne peut être considérée que comme une valeur approchée de la valeur réelle ou vraie (g) de cette grandeur, cette dernière ne pouvant foncièrement être connue.

L'incertitude absolue représente une estimation raisonnée de la limite supérieure de l'erreur absolue ($g - g_{mes}$) pouvant affecter la mesure effectuée. Elle correspond à un nombre concret (positif), exprimé dans une unité de la grandeur visée. Connaissant l'incertitude absolue Δg associée à la valeur mesurée g_{mes} d'une grandeur (G), il est possible d'encadrer la valeur « réelle » de celle-ci (voir encadré ci-dessous) :

$$|g - g_{mes}| \leq \Delta g \quad g_{mes} - \Delta g \leq g \leq g_{mes} + \Delta g \quad \text{ou} \quad g = g_{mes} \pm \Delta g$$

A titre d'illustration, si la mesure de la température d'un corps donné fournit comme valeur mesurée (approchée donc) égale à 37.2°C (degré Celsius) et qu'on estime qu'avec l'instrument utilisé, l'erreur absolue ne dépasse pas 0.2°C , l'encadrement de la valeur réelle de la température visée sera :

$$37.2 - 0.2 \leq T \leq 37.2 + 0.2(^{\circ}\text{C}) \text{ soit: } 37.0 \leq T \leq 37.4(^{\circ}\text{C}) \text{ ou bien: } T = (37.2 \pm 0.2)^{\circ}\text{C}$$

La connaissance de l'incertitude absolue avec la valeur de la grandeur mesurée, exprimée par le rapport $\Delta g/g$ (appelé « incertitude relative »), permet de mieux apprécier l'approximation ou la précision de la mesure. Il s'agit d'un nombre abstrait (sans unité), présenté souvent en % $\left[\left(\frac{\Delta g}{g} \right) \cdot 100. \right]$

Dans l'exemple précédent, la précision de la mesure est de : $\Delta T/T = 0.2/37.2 = 0.00537 = 0.005$ ou 0.5% . Avec une valeur mesurée d'ordre de grandeur plus faible, 2.6°C par exemple, la même procédure de mesure donnerait une incertitude relative plus importante ($0.2/2.6 = 0.076 \approx 0.08$), ou bien 8% , ce qui correspond à une précision de mesure moins bonne.

2.2 Estimation et calcul des incertitudes

- **Cas d'une mesure directe unique** (voir exemple précédent).
- **Cas d'une mesure directe répétée.**

L'incertitude absolue peut être évaluée dans ce cas, en déterminant la valeur maximale des écarts ($g_{mes} - g_{moy}$) des valeurs mesurées, par rapport à la valeur moyenne de celles-ci. A ce propos, considérons comme exemple, la mesure répétée de la masse m d'un corps avec une balance de sensibilité (incertitude systématique d'instrument) estimée à $0,5\text{g}$, avec comme résultat de série de 4 valeur expérimentales (voir tableau 2). On en déduit par un calcul élémentaire une estimation de l'incertitude absolue de type « accidentel », associable à la mesure effectuée, soit $\Delta m_{acc} = |-1.6| = 1.6\text{g}$.

Tableau 2 : Exemple de mesure directe répétitive

Masse du corps (g)	1 ^{mes}	2 ^{mes}	3 ^{mes}	4 ^{mes}	m_{moy}
	36.7	35.2	37.4	38.0	36.8
Ecart($m_{mes} - m_{moy}$) (g)	-0.1	-1.6	+0.6	+1.2	

Il est évident que la détermination de l'incertitude absolue sur un résultat expérimental doit prendre en compte toutes les incertitudes, systématiques et/ou accidentelles, associées à la mesure.

Ainsi concernant l'exemple précédent, on aura : $\Delta m = \Delta m_{acc} + \Delta m_{sys} = 1.6\text{g} + 0.5\text{g} = 2.1\text{g}$.

• **Cas d'une mesure indirecte**

Si on détermine la valeur d'une grandeur à partir de quantités mesurées, le calcul de l'incertitude correspondante peut être conduit de plusieurs façons : méthode des extrêmes, méthode des dérivées partielles, de la différentielle logarithmique, etc.

Tableau 3 : Règles simples de détermination des incertitudes (mesure indirecte)

	$g = f(a, b)$	Δg	$\Delta g/g$
Somme, Différence	$a \pm b$	$\Delta a + \Delta b$	$\frac{\Delta a + \Delta b}{a \pm b}$
Produit	$a \times b$	$a\Delta b + b\Delta a$	$\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$
Quotient	$\frac{a}{b}$	$\frac{a\Delta b + b\Delta a}{b^2}$	$\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$
Puissance	a^n	$na^{n-1}\Delta a$	$n \frac{\Delta a}{a}$

Méthode des dérivées partielles

Supposons que g dépend de plusieurs grandeurs a, b, c, mesurées avec les incertitudes $\Delta a, \Delta b, \Delta c$: $g = f(a, b, c)$. L'incertitude sur g est :

$$\Delta g = \left| \frac{\partial g}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial g}{\partial b} \right| \Delta b + \left| \frac{\partial g}{\partial c} \right| \Delta c$$

Les dérivées partielles sont les dérivées de g par rapport à une variable, les autres variables étant considérées comme constantes.

3. EXPRESSION DES RÉSULTATS DE MESURE

3.1 Notion de chiffres significatifs

On entend par chiffres significatifs, les chiffres qui interviennent dans le résultat numérique d'une mesure, en tenant compte des spécifications suivantes :

Catégorie de chiffres	Valeur	Exemples	Observation
Chiffres non nuls	Significative	317 ; 3.17	3 chiffres significatifs(c.s)
Zéros situés à l'intérieur du nombre	Significative	4007 ; 40,07	4 c.s
Zéros situés à la fin du nombre, après la virgule	Significative	56,00 ; 5,600	4 c.s
Zéros situés au début du nombre	Non significative	0.00034 ; 0,34	2 c.s
Zéros situés à la fin du nombre sans virgule (entier)	Equivoque	4500	4, 3 ou 2 c.s selon l'incertitude estimée.

3.2 Norme de présentation des résultats de mesure

- Toute valeur numérique découlant d'une mesure directe ou d'un calcul sur des quantités mesurées (mesure indirecte), doit être exprimée avec un nombre raisonnable de chiffres significatifs, c'est-à-dire compatible avec l'incertitude estimée correspondante.
- On convient généralement de ne garder à l'incertitude absolue qu'un seul chiffre significatif. Reprenons les données de l'exemple précédent (mesure répétée de la masse d'un corps) :

$$m = m_{\text{moy}} \pm \Delta m, \text{ avec } m_{\text{moy}} = 36.8 \text{ g et } \Delta m = 2.1 \text{ g}$$

Compte tenu de la valeur de l'incertitude absolue affichée (indétermination ou doute touchant non seulement le chiffre 8 mais également le chiffre 6), on ne pourra garder que deux chiffres significatifs pour le résultat, soit, en procédant à l'arrondissement nécessaire : $m = (37 \pm 2) \text{ g}$.

ANNEXE 2 : RAPPELS SUR LES MESURES DES GRANDEURS PHYSIQUES

1. PRINCIPE DU VERNIER AU 1/10^{ème}

Pour une mesure précise, on associe à la règle graduée un vernier. C'est une réglette mobile couissant (glissant) le long de la règle fixe, et portant un certain nombre de graduations plus courte que celles de la règle (fixe). L'ensemble (règle + vernier) représente le mécanisme essentiel du « pied à coulisse ».

Le plus simple des verniers classiques est le vernier au 1/10^{ème} qui comporte 10 divisions correspondant en longueur à 9 graduations de la règle fixe, soit 9mm (voir figure 1). Lorsqu'un objet est positionné pour la mesure, la graduation du vernier coïncidant avec une graduation quelconque de la règle indique le nombre de dixième de mm à ajouter à la lecture principale (voir figure 2).

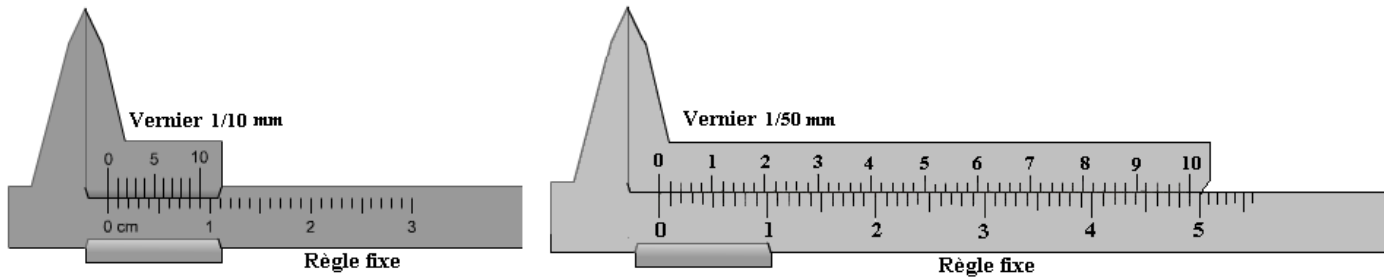
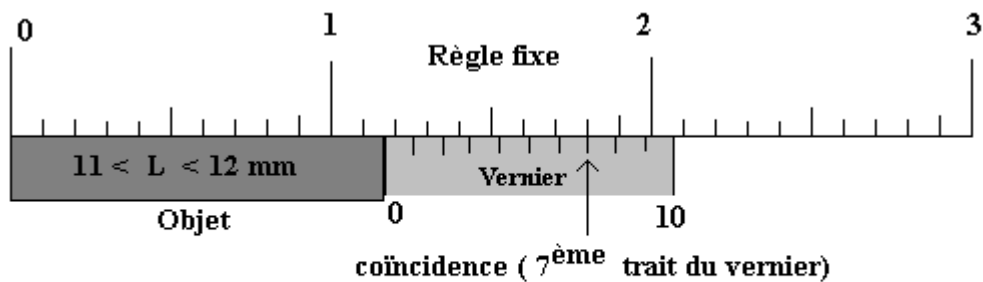


Figure 1 : Constitution du vernier au 1/10 de mm et au 1/50 de mm



Lecture principale : 11mm ; Lecture complète $L = 11 + 7 \times 0.1 = 11.7 \text{ mm}$

Figure 2 : Principe de mesure du pied à coulisse au 1/10 de mm

2. ÉVALUATION DE L'INCERTITUDE LIÉE AUX INSTRUMENTS DE MESURE DES LONGUEURS

Il est admis que l'incertitude absolue (maximum de l'erreur commise) de lecture pour une mesure directe au moyen d'un instrument à graduations (règle graduée, appareil analogique de mesure électrique, etc.) est de ½ division dans les conditions de lecture jugées favorables. Dans les situations les plus défavorables (mauvais éclairage, difficulté d'appréciation du rapport de partage), elle correspond à une division entière. Pour les instruments à vernier, l'incertitude systématique de lecture correspond à la catégorie du vernier (voir tableau récapitulatif ci-dessous).

Catégorie d'instrument	Règlet		Pied à coulisse au:	
	Échelle normale (1mm)	Échelle fine (1/2 mm)	1/10 mm	1/50mm
Estimation optimiste de l'incertitude	0.5mm	0.25mm	0.1mm	0.02mm
Estimation pessimiste de l'incertitude	1mm	0.5mm	0.1mm	0.02mm