

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE DE SETIF 1, ELBEZ

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

MASTER II : PHYSIQUE MEDICALE

POLYCOPIE DE COURS

MODULE

Modélisation Numérique des Rayonnements Ionisants

Par : Dr. BETKA Abderrahim

SOMMAIRE

CHAPITRE I : INTERACTIONS DES RAYONNEMENTS AVEC LA MATIERE	01
I.1. INTRODUCTION.....	01
I.2. INTERACTIONS DES PHOTONS.....	01
I.3. INTERACTIONS DES PARTICULES CHARGEES AVEC LA MATIERE	11
I.4. INTERACTIONS CONSIDEREES PAR LE CODE PENELOPE	14
CHAPITRE II : LA METHODE DE MONTE-CARLO	16
I.1. INTRODUCTION.....	16
I.2. DEFINITION D'UN PROCESSUS ALEATOIRE.....	16
I.3. METHODES D'ECHANTILLONNAGE.....	17
I.4. GENERATEUR DE NOMBRES ALEATOIRES	19
I.5. EXEMPLE TYPIQUE SUR L'UTILISATION DE LA METHODE MONTE CARLO	22
CHAPITRE III : MODELISATION DU TRANSPORT DES RAYONNEMENTS	25
II.1. PRINCIPE DE LA MODELISATION DU TRANSPORT DES RAYONNEMENTS	25
II.1.1. SIMULATION DETAILLEE	25
III.2.1. EXEMPLE DE SIMULATION DES PARTICULES CHARGEES	28
III.2.2. TECHNIQUE DE CALCUL MONTE-CARLO AUX PHOTONS	35
II.1.2. SIMULATION CONDENSEE	38

CHAPITRE IV : LES CODES DE SIMULATION DE MONTE CARLO/LE CODE

«PENELOPE»	39
III.1. INTRODUCTION.....	39
III.2. LE CODE PENELOPE.....	41
<i>III.2.1.</i> PROGRAMME UTILISATEUR	43
<i>III.2.2.</i> FICHIERS DE DONNEES.....	46
<i>III.2.3.</i> PROGRAMMES AUXILIAIRES.....	52
REFERENCES	54

Chapitre I
Interaction des Rayonnement avec la
matière

I.1. Introduction

Un rayonnement est dit ionisant si son énergie est suffisante pour ioniser les atomes ou les molécules. Dans le domaine de la dosimétrie, on définit deux types de rayonnements, les rayonnements directement ionisants et les rayonnements indirectement ionisants :

1. Rayonnements directement ionisants

Ce sont des rayonnements qui interagissent directement avec le milieu par interaction coulombienne.

2. Rayonnements indirectement ionisants

Ce sont des rayonnements électriquement neutres susceptibles de transférer une fraction ou la totalité de leur énergie à la matière en une seule interaction par l'intermédiaire de particules secondaires.

Dans ce chapitre nous étudions les interactions des photons et des particules chargées avec la matière et nous définissons les modèles des sections efficaces utilisés par le code PENELOPE (code choisi pour réaliser les TP).

I.2. Interactions des Photons avec la matière

Lorsque les photons pénètrent dans un milieu, ils ont une certaine probabilité d'interagir avec les électrons atomiques ou pénètrent dans le noyau. Les différentes interactions qui peuvent avoir lieu sont la diffusion élastique de Rayleigh, la diffusion inélastique Compton, l'effet photoélectrique et la production de paires (électron, positron). La probabilité de ces événements dépend de l'énergie du photon. Si le photon incident est très énergétique, on pourra avoir des réactions photo nucléaires de type (γ, n) ou (γ, p) avec une faible probabilité d'interaction.

Dans les gammes d'énergie des faisceaux de photons utilisés en radiothérapie, certaines réactions nucléaires sont négligeables et l'atténuation du faisceau sera essentiellement régie par l'effet Rayleigh, l'effet photoélectrique, la diffusion Compton et la création de paires.

I.2.a. Diffusion de Rayleigh

La diffusion cohérente Rayleigh est un processus par lequel un photon incident d'énergie E subit une diffusion élastique par un électron atomique lié, sans excitation de l'atome et sans perte d'énergie (voir figure I.1). Ce processus de diffusion se produit essentiellement aux petits angles à des énergies faibles ($E < 100 \text{ keV}$) pour les éléments de numéro atomique Z élevé.

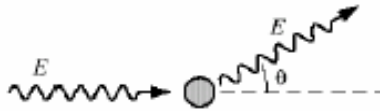


Figure (I.1) : Diffusion Rayleigh

Puisque aucun transfert d'énergie ne se produit entre le photon et la particule chargée, la diffusion Rayleigh n'a pas de rôle important dans le transfert d'énergie; cependant, elle peut avoir un rôle dans l'atténuation.

La section efficace différentielle pour la diffusion Rayleigh est donnée par la relation suivante:

$$\frac{d\sigma_{Ra}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} [F(q, z)]^2 \quad (\text{I.1})$$

Où:

$\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$: est la section efficace différentielle de Thomson qui est exprimée par

l'équation suivante :

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = r_e^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \quad (\text{I.2})$$

avec $d\Omega$ élément d'angle solide selon la direction définie par les angles de diffusion θ et φ ,

$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \approx 2.8 \text{ fm}$: rayon classique de l'électron,

q : quantité de mouvement transférée qui est donnée par :

$$q = |p - p'| = 2(E/c) \sin(\theta/2) = \frac{E}{c} [2(1 - \cos \theta)]^{1/2} \quad (\text{I.3})$$

et

$F(q, Z)$: facteur de forme atomique, exprimé en fonction de la densité de charge électronique $\rho(r)$:

$$F(q, Z) = 4\pi \int_0^\infty \rho(r) \frac{\sin qr/\hbar}{qr/\hbar} r^2 dr \quad (\text{I.4})$$

La section efficace totale de la diffusion Rayleigh est exprimée par :

$$\sigma_{Ra} = \int \frac{d\sigma_{Ra}}{d\Omega} \cdot d\Omega \quad (\text{I.5})$$

Pour les photons de faibles énergies, cette expression se réduit à la forme suivante :

$$\sigma_{Ra} \approx \frac{8}{3} \pi r_e^2 Z^2 \quad (\text{I.6})$$

I.2.b. Diffusion Compton

L'effet Compton, est un processus de diffusion inélastique entre le photon incident d'énergie E avec un électron atomique, Le photon est dévié d'un angle θ en communiquant une partie de son énergie à l'électron (voir figure I.2). L'énergie de l'électron Compton dépend des angles de diffusion du photon.

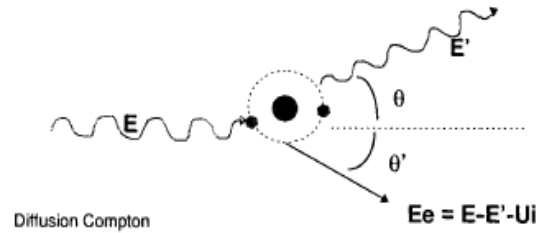


Figure (I.2) : Principe de la diffusion Compton

L'énergie du photon diffusé est donnée par la relation suivante:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} = E_c \quad (\text{I.7})$$

Où :

$$\alpha = \frac{h\nu}{m_0 c^2}$$

La section efficace différentielle de la diffusion Compton pour un électron libre est obtenue à partir de l'équation de Klein et Nishina:

$$\frac{d\sigma_{Co}^{KN}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E_c}{E}\right)^2 \left(\frac{E_c}{E} + \frac{E}{E_c} - \sin^2 \theta\right) \quad (\text{I.8})$$

Pour un électron lié de la $i^{\text{ème}}$ couche atomique, l'expression de la section efficace de la diffusion Compton précédente doit être corrigée et devient:

$$\frac{d\sigma_{Co}}{d\Omega} \simeq \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E_c}{E}\right)^2 \left(\frac{E_c}{E} + \frac{E}{E_c} - \sin^2 \theta\right) S(E, \theta) \quad (\text{I.9})$$

Où:

$S(E, \theta)$ est la fonction de correction de l'énergie de liaison de l'électron.

I.2.c. Effet photoélectrique

Dans l'effet photoélectrique, le photon interagit avec un électron atomique, lui cède totalement son énergie (voir figure I.3). L'électron cible quitte sa couche avec une énergie cinétique donnée par la relation suivante:

$$T_e = E - U_i \quad (\text{I-10})$$

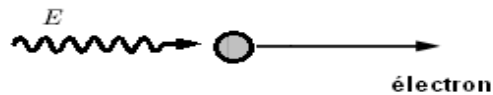


Figure (I.3) : Principe de l'absorption photoélectrique

Après l'ionisation, l'atome ionisé subit un réarrangement en émettant un photon de fluorescence. L'effet photoélectrique ne se produit que si l'énergie du photon incident est supérieure à l'énergie de liaison de l'électron sur sa couche. Dans la figure I-4, nous donnons le potentiel d'ionisation de différents niveaux d'énergie en fonction du numéro atomique.

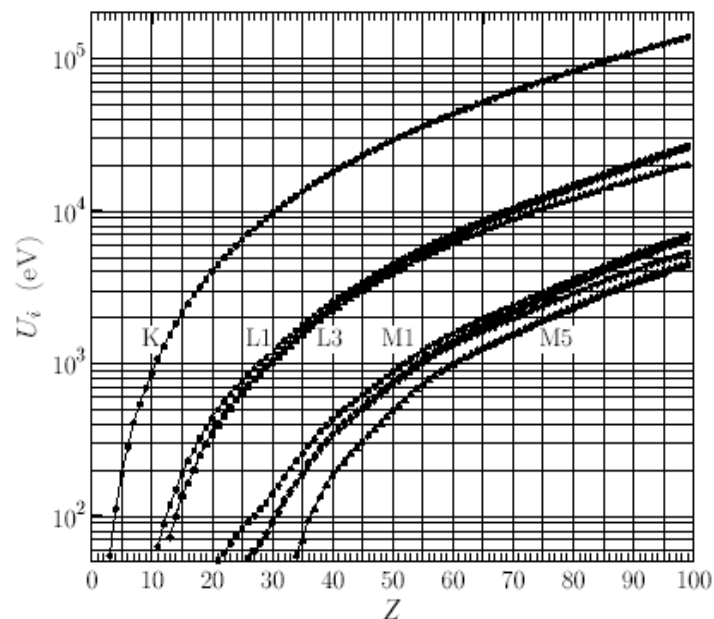


Figure (I.4) : Potentiel d'ionisation des couches en fonction de Z.

Les sections efficaces atomiques utilisées par le code PENELOPE sont obtenues par interpolation des valeurs contenues dans le fichier matière. Ces valeurs proviennent du programme MATERIAL dont la base de données est issue du programme XCOM. La figure I.5 représente les sections efficaces de l'effet photoélectrique pour le carbone, le fer et l'uranium.

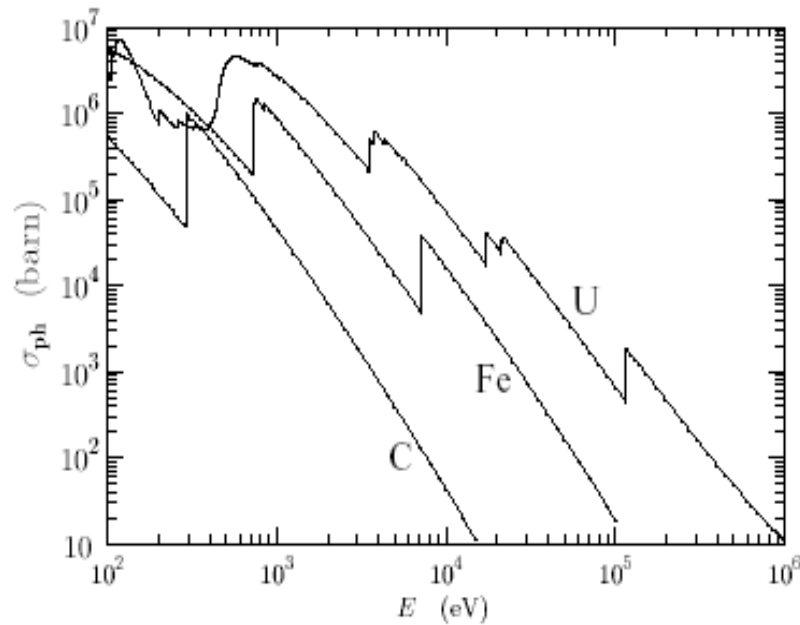


Figure (I.5) : Section efficace de l'effet photoélectrique pour le carbone, le fer et l'uranium

I.2.d. Effet de Création de paire

L'effet de matérialisation se produit à une énergie du photon élevée ($E > 2m_{e0}c^2$). Le photon pénètre dans le champ Coulombien du noyau (voir figure I.6), et se matérialise sous forme d'une paire électron-positron (e^-, e^+).

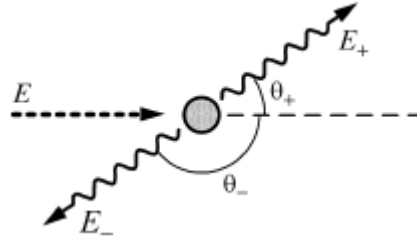


Figure (I.6) : Production de paire

La loi de conservation de l'énergie nous donne:

$$E = 2E_0 + Ee^- + Ee^+ \quad (\text{I-11})$$

Où :

E_0 est l'énergie au repos de l'électron et du positron,

Ee^- et Ee^+ sont respectivement les énergies cinétiques de l'électron et du positron formés.

D'après l'équation précédente, le processus de la création de paire n'est possible que si l'énergie du photon est au moins égale à l'énergie nécessaire pour créer la paire électron-positron. Le phénomène de matérialisation ne peut se produire qu'au voisinage du champ du noyau.

L'effet de production de paire donne lieu à l'émission d'un électron et d'un positron dans des directions opposées. En fin de ralentissement, le positron s'annihile avec un électron du milieu, en émettant deux photons d'annihilation d'énergie chacun d'énergie 511 keV.

Pour un photon d'énergie E , la section efficace différentielle de création d'une paire électron positron (produisant un électron ayant une énergie cinétique $E_- = \varepsilon E\gamma - mc^2$) est donnée par la relation de Bethe- Heitler suivante:

$$\frac{d\sigma_{pp}}{d\varepsilon} = \alpha r_e^2 z [z + \eta(z)] \frac{2}{3} \left[2\left(\frac{1}{2} - \varepsilon\right)^2 \phi_1(z, \varepsilon) + \phi_2(z, \varepsilon) \right] \quad (\text{I.12})$$

Où :

$\varepsilon = \frac{E - m_e c^2}{E_0}$, représente la fonction réduite de la fraction d'énergie du photon emportée par l'électron.

$\alpha = 1/137$: est la constante de structure fine ;

r_e : est le rayon classique de l'électron ;

$\eta(Z)$ une fonction de Z et de l'énergie du photon, prenant en compte l'effet de production de paire dans le champ des électrons atomiques ;

$\varphi_1(Z, \varepsilon)$ et $\varphi_2(Z, \varepsilon)$ sont des fonctions d'écran analytiques.

La section efficace totale d'interaction des photons avec la matière est la somme de toutes les sections efficaces des différents processus d'interaction. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{tot} = \sigma_{Ra} + \sigma_{Co} + \sigma_{Ph} + \sigma_{PP} \quad (I.13)$$

I.2.e. Atténuation d'un faisceau de photons dans la matière

L'absorption des photons dans la matière dépend de la nature du milieu et de l'énergie des photons incidents.

L'atténuation des photons s'exprime par le coefficient d'atténuation qui présente la fraction des photons incidents interagissant par unité de longueur. Ce coefficient tient compte des sections efficaces des quatre processus d'interaction décrits précédemment.

Pour N_0 photons incidents, le nombre N de photons qui traversent une épaisseur x du matériau sans interagir est donnée par la relation suivante :

$$N = N_0 e^{-\mu x} \quad (I.14)$$

Où :

N_0 : le flux de photons du faisceau incident ;

N : le flux de photons sortant d'un milieu absorbant d'épaisseur x ;

μ : le coefficient d'atténuation linéaire qui est proportionnel à la section efficace d'interaction, il est donné par l'expression I-15.

$$\mu = n\sigma_{tot} \tag{I.15}$$

Avec $n = N_A\rho/A$ est le nombre d'atomes ou molécules par unité de volume.

On définit le coefficient d'atténuation massique par le rapport du coefficient d'atténuation linéaire à la densité du milieu:

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A_M} (\sigma_{Ra} + \sigma_{Co} + \sigma_{Ph} + \sigma_{PP}) \tag{I.16}$$

Ou :

A_M est le nombre de masse de l'élément M .

Sur la figure I-7, nous donnons les courbes des coefficients d'atténuation massique partiels et totaux de l'aluminium et de l'eau en fonction de l'énergie du photon incident.

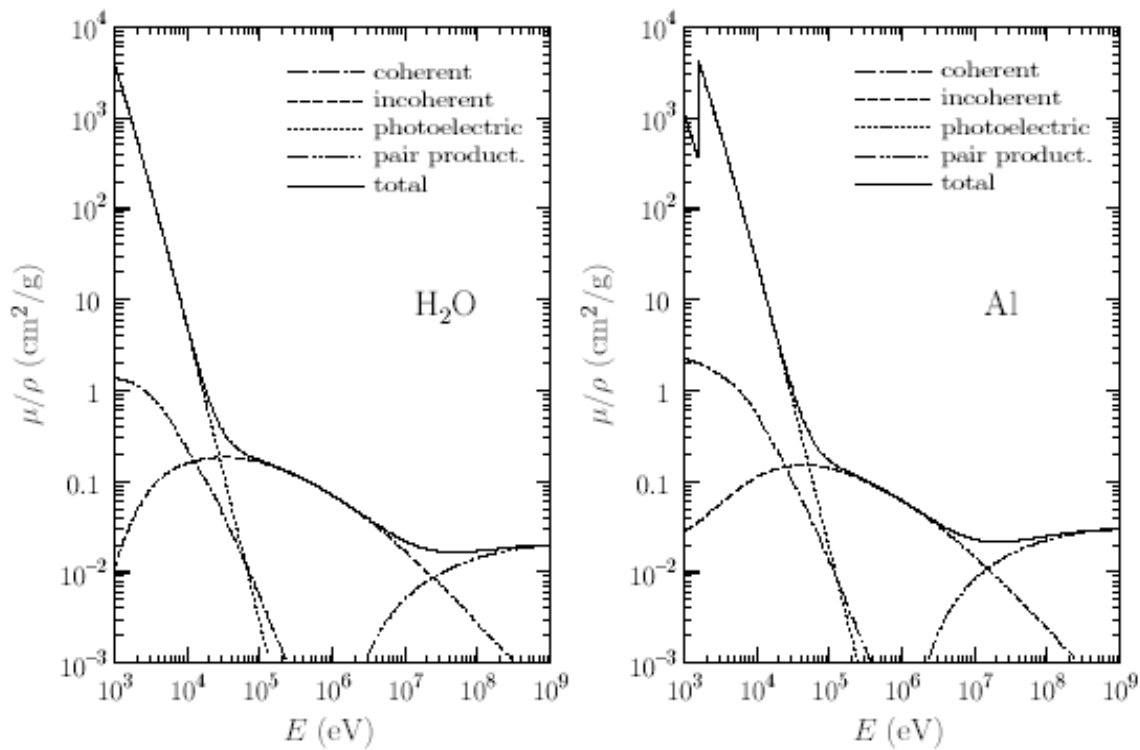


Figure (I.7) : Coefficients d'atténuation massique partiels et totaux de l'aluminium et de l'eau en fonction de l'énergie du photon incident.

I.2.f. Raies X caractéristiques et électrons Auger

L'interaction des photons avec les atomes cibles peut engendrer directement une ionisation des couches profondes si l'énergie du photon incident est supérieure à l'énergie de liaison de l'électron dans sa couche. Cette ionisation produit des lacunes dans les couches internes. Le comblement de ces lacunes se fait par des électrons des couches externes. La transition est accompagnée par deux processus physiques :

1. Production des rayons X caractéristiques d'une énergie $h\nu = E_i - E_k$ si la règle de sélection suivante est respectée :

$$\begin{aligned} \Delta n &\geq 1 \\ \Delta l &= \pm 1 \\ \Delta j &= 0, \pm 1 \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

Avec l et j sont respectivement les nombres quantiques du moment cinétique orbital et total.

n : nombre quantique principal.

2. Emission d'électrons Auger d'énergie : $E_e = E_i - E_j + E_s$. Avec E_i , E_j , E_s sont respectivement les niveaux d'énergies des couches i , j et s .

Si l'ionisation est produite au niveau des couches externes, le rayonnement de fluorescence émis lors de la désexcitation sera d'une énergie faible, et il sera absorbé localement. Par contre si l'ionisation est produite dans les couches profondes, le photon émis lors de la désexcitation atomique sera plus ou moins énergétique, et peut à son tour créer une ionisation du milieu. Dans ce cas il faut suivre les particules émises lors de la cascade de désexcitation.

Pour la photo absorption dans la couche K, PENELOPE simule les désintégrations radiatives suivantes : $K_{\alpha 1}$, $K_{\alpha 2}$, $K_{\beta 1}$, $K_{\beta 2}$, etc..., ainsi que l'émission d'électrons Auger pour les transitions KLX avec X la couche électronique la plus externe.

Dans le cas des électrons Auger, l'énergie de l'électron éjecté est supposée être maximale, $EA = U_K - U_{L2}$ afin de compenser les désexcitations négligées.

Afin de suivre toutes ces désexcitations, il faut connaître les probabilités de transition et les énergies pour chaque transition (voir figure I.8), ce qui pose un problème de précision sur les résultats de la simulation.

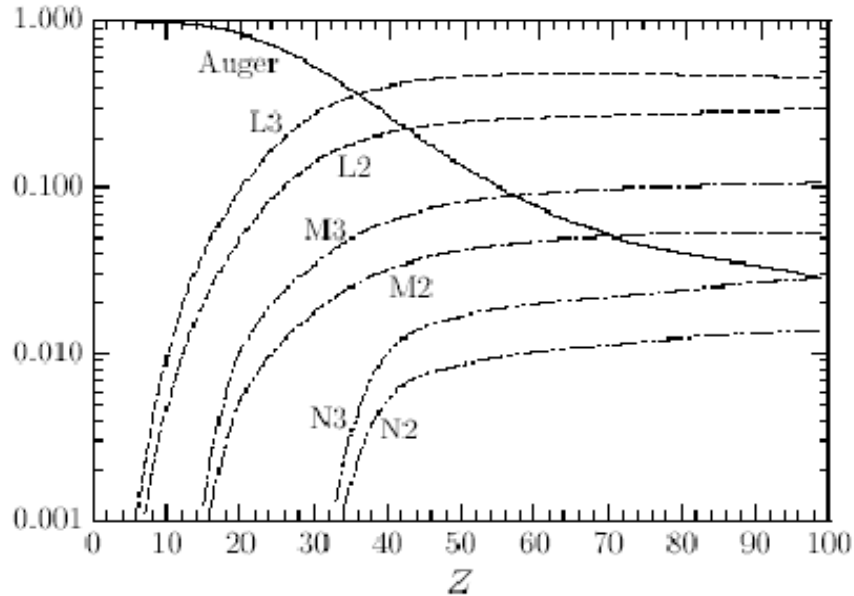


Figure (I.8) : Probabilités relatives des transitions radiatives et non radiatives

I.3. Interaction des particules chargées avec la matière

En traversant la matière, les particules chargées perdent de l'énergie selon différents types d'interactions. Les interactions élastiques et inélastiques se font avec les électrons orbitaux et les noyaux atomiques du milieu ralentisseur.

I.3.a. Interaction des particules chargées lourdes

Pour des particules chargées lourdes (protons, deutons, etc...), on utilise la perte d'énergie par unité de longueur qu'on appelle également pouvoir d'arrêt, donné par la formule de Bethe-Bloch.

$$\left(\frac{S}{\rho}\right)_c = 4\pi N r_e m_e z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{2m_e \gamma^2 \beta^2 T_e^{\max}}{I^2}\right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C_e}{Z} \right] \quad (\text{I.18})$$

Où :

m_e est la masse de l'électron ;

z, Z sont respectivement les numéros atomiques de la particule incidente et du milieu ;

N est le nombre d'Avogadro ;

I est le potentiel moyen d'ionisation ;

r_e est le rayon classique d'électron ;

β, γ sont les facteurs de Lorentz de la particule incidente, $\beta = \frac{v}{c}$, $\gamma = \sqrt{1 - \beta^2}$;

δ est le paramètre d'écrantage du champ électrique de la particule incidente ;

C_e/Z est un terme de correction d'effet de couches qui tien compte du fait qu'à basse énergie les particules incidentes ont moins de probabilité d'interagir avec les électrons des couches profondes.

I.3.b. Interaction des électrons et des positrons

Si les particules incidentes sont des électrons, on doit tenir compte du fait que les particules qui participent aux collisions sont de nature identique.

I.3.b.1. Pouvoir d'arrêt collisionnel

Le pouvoir d'arrêt collisionnel des électrons s'exprime par la relation suivante [15,16]:

$$\left(\frac{S}{\rho}\right)_c = 4\pi N r_e m_e \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{m_e \gamma^2 \beta^2 T}{2I^2}\right) - \frac{1}{2\gamma^2} (1 - (2\gamma - 1) \ln(2)) + \frac{1}{16} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)^2 \right] \quad (\text{I.19})$$

Où :

T est l'énergie cinétique de l'électron incident : $T = (\gamma - 1)m_e c^2 = E - m_e c^2$

Lorsque les particules incidentes sont des positrons, on peut distinguer les produits dans la voie de sortie, le pouvoir d'arrêt des positrons est donné par l'expression suivante:

$$\left(\frac{S}{\rho}\right)_c = 4\pi N r_e m_e \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{m_e \gamma^2 \beta^2 T}{2I^2}\right) - \frac{\beta^2}{24} \left(23 + \frac{14}{\gamma+1} + \frac{10}{(\gamma+1)^2} + \frac{4}{(\gamma+1)^3}\right) \right] \quad (\text{I.20})$$

I.3.b.2. Pouvoir d'arrêt radiatif

Le pouvoir d'arrêt radiatif est la fraction d'énergie perdue par les électrons et les positrons par freinage (bremsstrahlung). L'expression du pouvoir d'arrêt radiatif est exprimée selon la théorie de Bethe–Heitler.

$$\left(\frac{S_{rad}}{\rho}\right) = \sigma_0 \frac{N_A Z^2}{A} (T + m_0 c^2) \overline{B_r} \quad (\text{I.21})$$

Avec $\sigma_0 = \alpha(e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e c^2))^2 = 5,80.10^{-28} \text{ cm}^2 / \text{atome}$

Où :

$\alpha = 1/137$: est la constante de structure fine,

$\overline{B_r}$: est une fonction de Z et T variant entre 5.33 et 15 pour un intervalle d'énergie entre 0.5MeV et 100 MeV.

Sur la figure III.9 nous représentons les pouvoirs d'arrêts des électrons et des positrons dans l'aluminium, l'argent et l'or.

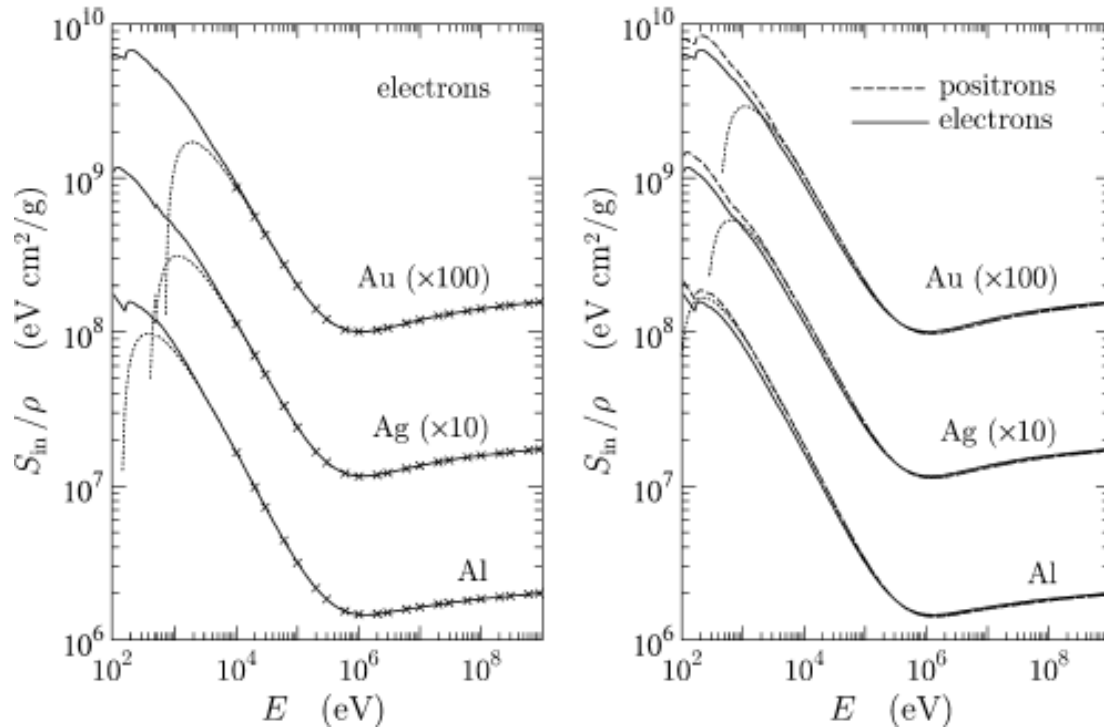


Figure (I.9) : Pouvoir d'arrêt des électrons et des positrons dans l'aluminium, l'argent et l'or

I.4. Interactions considérées par le code PENELOPE

Dans le domaine d'énergie variant entre 50eV et 1GeV couvert par le code PENELOPE, les interactions les plus probables pour les photons sont la diffusion Rayleigh, la diffusion Compton, l'effet photoélectrique et la production de paire. Les interactions possibles des particules chargées (électrons ou positrons) avec la matière sont la diffusion élastique, les collisions inélastiques, l'émission de rayonnement de freinage et l'annihilation pour les positrons.

Les modèles de sections efficaces utilisées par le code PENELOPE sont présentés dans le tableau I-1.

Tableau (I.1) : Interactions considérées par le code Monte Carlo PENELOPE

Interaction	Modèle de section efficace
<u>Photons</u>	
Diffusion Rayleigh	Sections efficaces différentielles de Born corrigées par le facteur de forme atomique.
Diffusion Compton	Sections efficaces différentielles de Klein-Nishina corrigées des effets dus aux électrons liés. Direction de l'électron et énergie du photon calculé à partir des lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.
Effet photoélectrique	Sections efficaces obtenues à partir du « Evaluated Photon Data Library ». Direction de l'électron échantillonnée à partir des sections efficaces de Sauter.
Production de paire	Sections efficaces obtenues à partir du programme XCOM de Berger et Hubbell. Energie initiale échantillonnée à partir des sections efficaces de Bethe-Heitler.
<u>Electrons et positrons</u>	
Diffusion élastique	Sections efficaces obtenues à partir d'un programme créé par Salvat
Collision inélastique	Sections efficaces différentielles de Born en utilisant le modèle de force d'oscillateur généralisé de Sternheimer-Liljequist.
Rayonnement de freinage	Sections efficaces de Bethe-Heitler modifiées par Salvat et Fernandez-Varea.
Annihilation de positrons	Annihilation positrons Sections efficaces différentielles de Heitler.

Chapitre II
La Méthode de Monte-Carlo

II.1. Introduction

L'appellation Monté Carlo a été donnée par des chercheurs américains durant la seconde guerre mondiale par rapport au caractère aléatoire de la roulette du casino Monte-Carlo, la ville méditerranéenne. Historiquement, la première utilisation connue de la méthode de Monte Carlo est faite pour la détermination de la valeur π par Laplace en 1786 en utilisant le tirage des nombres aléatoires [SAL08, AZB09]. Le développement de cette méthode est principalement lié aux travaux de Fermi, Von Neumann et Ulam sur la bombe atomique pendant la seconde guerre mondiale. C'est dans le cadre du projet Manhattan à Los Alamos que cette méthode fut appliquée pour la première fois au transport des neutrons.

Toute méthode de Monte-Carlo sert à simuler un phénomène physique par un système de phénomènes aléatoires plus simple et dont la description remonte aux calculs de probabilités. L'étude des problèmes physiques utilisent fréquemment des distributions de probabilité où l'évaluation analytique est rarement possible. Dans la simulation Monte-Carlo les distributions de probabilités associées aux phénomènes physiques sont remplacées par des nombres aléatoires appartenant généralement à l'intervalle $[0, 1]$.

II.2. Définition d'un processus aléatoire

Un processus aléatoire peut être représenté par une variable aléatoire caractérisée par sa fonction de partition ou fonction de distribution cumulative $F(x)$ qui peut être écrite sous la forme :

$$F(x_i) = \int_a^{x_i} p(x)dx \quad , a \leq x_i \leq b \quad (\text{II.1})$$

Où

$P(x)$: est la fonction de probabilité sur l'intervalle $[a, b]$

La fonction $F(x)$ peut être simulée par des tirages des nombres pseudo-aléatoires uniformément distribués entre 0 et 1.

II.3. Méthodes d'échantillonnage

Il existe plusieurs méthodes d'échantillonnage de la variable aléatoire. Parmi ces méthodes nous citons:

a. Méthode directe (inversion directe)

Cette méthode ne peut être utilisée que si la fonction de partition possède sa fonction inverse.

Comme $y = F(x)$ est uniformément distribuée entre 0 et 1.

La variable $x = F^{-1}(y)$ est distribuée selon la fonction de distribution $p(x) = F'(x)$.

La génération d'une suite de valeurs aléatoires R distribuées uniformément entre 0 et 1 suffit pour que la distribution des valeurs $x = F^{-1}(R)$ soit distribuée selon $p(x)$. Cette règle est connue sous le nom "Golden Rule for Sampling" qui a été proposée par Von Neumann en 1947 [AZB09]. Dans la figure II.1, nous représentons le principe de la méthode directe.

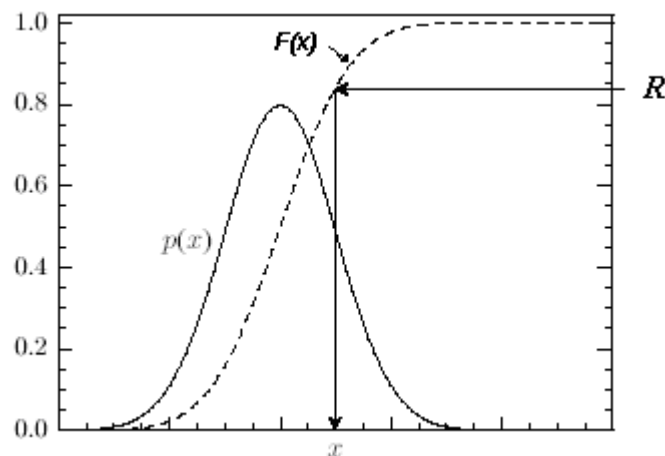


Figure (II.1) : Principe de la méthode d'inversion directe [SAL08]

b. Méthode de réjection

Pour les distributions analytiquement difficiles à gérer, Von Neumann a proposé en 1951 un algorithme général et indirect connu sous le nom « la méthode de rejection ».

Cette méthode est employée lorsque l'inversement de la fonction de partition de la variable aléatoire est impossible.

La méthode d'échantillonnage par rejection comporte trois étapes successives :

- ✓ Tout d'abord, la fonction de densité de probabilité est normalisée par rapport à sa valeur maximale, on obtient ainsi une nouvelle densité de probabilité $f'(x)$.
- ✓ Ceci impose que $f(x)$ soit bornée entre $x = a$ et $x = b$ et complètement définie sur l'intervalle $[a,b]$ et que la valeur maximale f_{\max} de $f(x)$ soit connue.
- ✓ Ensuite, on choisie un nombre aléatoire R_1 dans l'intervalle $[0,1]$, et on calcule x^* tel que $x^* = a + R_1(b-a)$, ce qui conduit à obtenir un x^* aléatoire sur l'intervalle $[a,b]$.
- ✓ On tire un deuxième nombre aléatoire R_2 , et on teste si $R_2 < f'(x^*)$. Si la condition est satisfaite, x^* est accepté sinon il est rejeté et on recommence la deuxième étape.

c. la méthode de composition

Si la méthode d'inversion directe et la méthode de rejection ne sont pas applicable, une méthode combinant les deux peut être utilisée.

Soit deux fonctions de densité de probabilité normalisé à 1 : $f_A^*(x)$ et $f_B^*(x)$

définies par la relation suivante : $f^*(x) = f_A^*(x) \cdot f_B^*(x)$

On utilise alors la méthode direct pour sélectionner x en utilisant $f_A^*(x)$ comme fonction de densité de probabilité normalisée. Ensuite, on applique la méthode du rejet sur la fonction $f_B^*(x)$

II.4. Générateurs des nombres aléatoires

Si les propriétés statistiques d'une séquence de nombres x_i sont les mêmes que les propriétés d'une séquence de nombres obtenue dans une expérience aléatoire on les définit comme aléatoire (*random*).

La méthode de Monte Carlo repose sur la possibilité de générer des nombres aléatoires qui peuvent être produits par une machine déterministe (ordinateur). Un générateur de nombres aléatoires, ou RNG, est un programme qui donne des nombres pseudo-aléatoires. La plupart de ces programmes utilisent une distribution uniforme.

Il existe un grand nombre de RNG permettant de générer des nombres aléatoires à partir de la loi uniforme, parmi ces méthodes nous citons:

II.4.a. La méthode de Von Neumann

En 1946, John Von Neumann propose un générateur pseudo-aléatoire connu sous le nom méthode middle-square « carré médian ». Cette méthode consiste à prendre un nombre, à l'élever au carré et à prendre les chiffres au milieu comme sortie. Le nombre constitué par ces chiffres est utilisé comme graine pour l'itération suivante.

Exemple:

Si on prend le nombre 1111, les étapes de l'algorithme sont:

1. $(1111)^2 = 1234321$,
2. on récupère les chiffres du milieu: 3432. C'est la sortie du générateur,
3. $(3432)^2 = 11778624$,
4. on récupère les chiffres du milieu: 7786, et ainsi de suite.

Cette méthode est faible, et la qualité des sorties dépend de la graine. Par exemple l'état 0000 produit toujours la même séquence et constitue un état absorbant de l'algorithme. La valeur de cette méthode réside surtout dans son importance historique.

II.4.b. La méthode congruentiel multiplicatif

La méthode du générateur congruentiel est la plus fréquemment utilisée, elle est définie par :

$$\eta_i = \frac{Z_i}{m}, z_i = \lambda z_{i-1} [\text{mod } m], i = 1, 2, \dots, \quad (\text{II.2})$$

Où η_i est le $i^{\text{ème}}$ nombre aléatoire généré, z_i est un entier positif.

La notation $[\text{mod } m]$ signifie que l'on divise le terme qui précède par m et on retient le reste. Ce générateur démarre avec un entier positif z_0 en général très grand, appelé seed (grain). On le multiplie par un entier positif λ pour obtenir z_1 , le reste de la division par m . Ensuite, z_1 est divisé par m pour produire un nombre compris entre $1/m$ et $(m - 1)/m$. Pour générer le nombre suivant, on répète l'opération en remplaçant z_0 par z_1 , etc. . . .

Pour un générateur donné, définit pour des valeurs de λ et m données, la séquence de nombres aléatoires dépend entièrement du point de départ, ou seed. Si on fournit à un même générateur un même seed, on obtient la même séquence de nombres aléatoires.

Le choix des paramètres λ et m est crucial, et peut conduire à des générateurs très mauvais ou au contraire très performants. Si ces paramètres sont mal choisis, la séquence de nombres aléatoires va se reproduire à l'identique après seulement un petit nombre d'étapes [4,5].

II.4.c. Critère de choix d'un générateur RNG

Un bon générateur de nombres aléatoires doit satisfaire les critères suivants:

- ✓ **Distribution correcte** : les points devraient être distribués de manière conforme à la distribution échantillonnée. Aussi, ni corrélation, ni dépendance ne devrait être observée entre les nombres générés séquentiellement.
- ✓ **Longue période** : comme un générateur de nombres aléatoires est exécuté sur un ordinateur déterministe, il devient un algorithme déterministe. Ses sorties sont inévitablement entachées d'une caractéristique absente d'une

vraie suite aléatoire : la périodicité. Avec des ressources limitées (mémoire, nombre de registres, etc.), le générateur retrouvera le même état interne au moins deux fois. Afin d'éviter des corrélations non désirées, la quantité de nombres générée devrait toujours être inférieure à cette période.

La fonction RAND du FORTRAN 77, qui produit des nombres sur 32 bits est définie par l'algorithme écrit ci-dessous, cette fonction utilise le générateur de nombres pseudo-aléatoires celui de l'Ecuyer, le code PENELOPE fait développé par Salvat et al., en 2003 utilise ce type de générateur. Il produit des nombres codés sur 32 bits, ces nombres sont distribués selon la loi uniforme entre 0 et 1, et présente une période de 10^{18} .

```

C *****
C                               FUNCTION RAND
C *****
C                               FUNCTION RAND(DUMMY)
C
C This is an adapted version of subroutine RANECU written by F. James
C (Comput. Phys. Commun. 60 (1990) 329-344), which has been modified to
C give a single random number at each call.
C
C The 'seeds' ISEED1 and ISEED2 must be initialised in the main program
C and transferred through the named common block /RSEED/.
C
C      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z), INTEGER*4 (I-N)
C      PARAMETER (USCALE=1.0D0/2.147483563D9)
C      COMMON/RSEED/ISEED1,ISEED2
C
C      I1=ISEED1/53668
C      ISEED1=40014*(ISEED1-I1*53668)-I1*12211
C      IF(ISEED1.LT.0) ISEED1=ISEED1+2147483563
C
C      I2=ISEED2/52774
C      ISEED2=40692*(ISEED2-I2*52774)-I2*3791
C      IF(ISEED2.LT.0) ISEED2=ISEED2+2147483399
C
C      IZ=ISEED1-ISEED2
C      IF (IZ.LT.1) IZ=IZ+2147483562
C      RAND=IZ*USCALE
C
C      RETURN
C      END

```

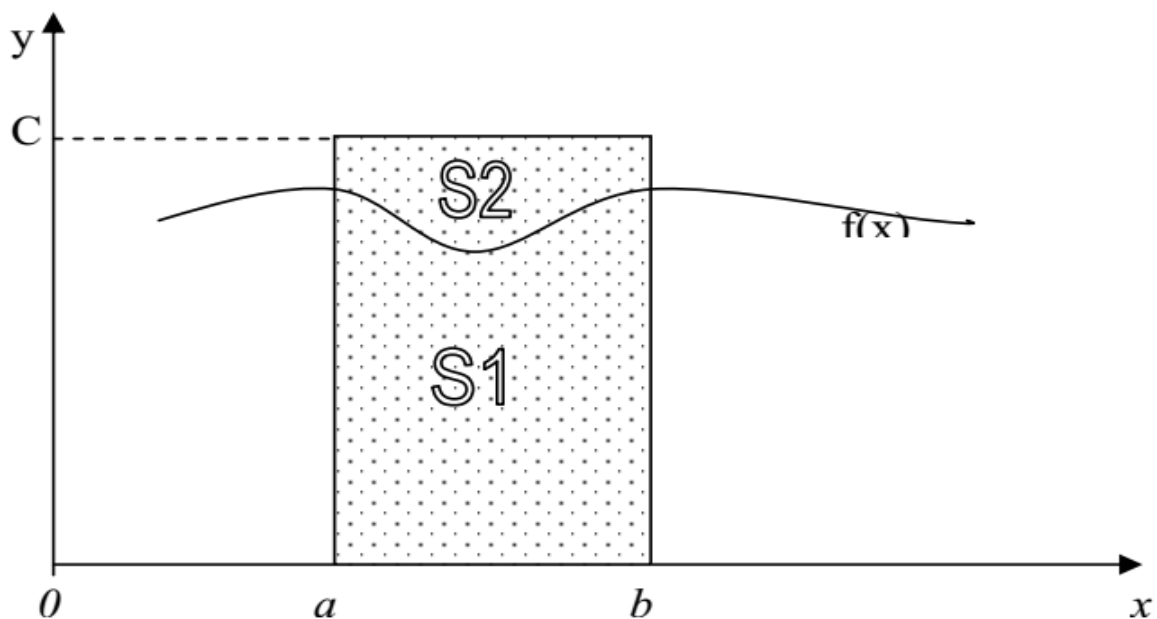
Figure (II.2) : La fonction RAND [SAL08]

II.5. Exemple typique sur l'utilisation de la méthode de Monte Carlo

L'exemple le plus simple que je vois pour comprendre l'utilisation de la méthode de Monte Carlo comme outil numérique puissant est le calcul d'une intégral simple.

Bref, supposons qu'une fonction $f(x)$ continue et positive dans une intervalle $[a, b]$. Soit à calculer l'intégral de $f(x)$ pour x variant de a à b avec $b > a$. Si on est sûr que $\text{Max } f(x)$ dans l'intervalle $[a, b]$ est inférieur à une valeur quelconque c , en d'autre terme :

$$\forall x \in [a, b], f(x) \leq c$$



Désignons par S_1 la surface limitée par a et b et $f(x)$ et S est le rectangle de cotés $(b-a)$ et c

$$(S = S_1 + S_2)$$

Il est très clair que la probabilité d'avoir un point i de S appartenant à S_1 est :

$$P_i = S_1 / S$$

D'où la surface S_1 est l'intégral de $f(x)$ sur l'intervalle $[a, b]$ donnée par :

$$S_1 = \int_a^b f(x) dx$$

Si N est le nombre de points répartis uniformément sur la surface S et N_1 et ceux qui sont répartis sur la surface S_1 , donc la probabilité P_i citée ci dessus peut s'écrire sous la forme suivante :

$$P_i = N_1/N$$

Les points appartenant à S sont caractérisés par :

$$a \leq x \leq b \text{ et } 0 \leq y \leq c$$

et les points appartenant à S_1 sont caractérisés par :

$$a \leq x \leq b \text{ et } 0 \leq y \leq f(x)$$

Donc, un point aléatoire i défini par les coordonnées $((x(i), y(i)))$ appartenant à la surface S obéit aux inégalités suivante :

$$0 \leq \frac{x(i)-a}{b-a} \leq 1 \text{ et } 0 \leq \frac{y(i)}{c} \leq 1$$

Posons :

$$R_1(i) = \frac{x(i)-a}{b-a} \tag{II.3}$$

Et

$$R_2(i) = \frac{y(i)}{c} \tag{II.4}$$

Puisque le point i est un point aléatoire de S alors, $R_1(i)$ et $R_2(i)$ sont des nombres aléatoires appartenant à l'intervalle $[0, 1]$.

D'où :

$$x(i) = a + R_1(i)(b-a) \tag{II.5}$$

Et

$$y(i) = cR_2(i) \tag{II.6}$$

Donc les points appartiennent à la surface S_1 vérifiant les conditions suivante :

$$x(i) = a + R_1(i)(b-a) \tag{II.7}$$

Et

$$y(i) = R_2(i).c \quad (\text{II.8})$$

Avec

$$y(i) \leq f(x(i)) \quad (\text{II.9})$$

$$\int_a^b \frac{f(x)}{S} dx = \frac{N_1}{N} \Rightarrow \int_a^b f(x) dx = (b - a).c.N_1 \quad (\text{II.10})$$

Chapitre III
Modélisation du Transport des
rayonnements

III.1. Principe de la modélisation du transport des rayonnements

Lorsque l'histoire d'une particule est simulée par la méthode de Monte-Carlo, il est nécessaire de disposer d'un modèle de diffusion. Ce modèle est constitué, principalement, d'un ensemble de sections efficaces qui nous servent à déterminer le libre parcours moyen entre deux interactions, le type d'interaction et l'énergie perdue au cours de l'interaction. Autrement dit, la sélection d'une variable (position, énergie, type d'interaction) se fait à partir de sa distribution de probabilité (sections efficaces employées). L'échantillonnage de ces variables est possible grâce à l'utilisation des nombres aléatoires choisis entre 0 et 1. Le critère d'arrêt de la simulation est lié principalement à l'énergie de coupure.

Il existe deux algorithmes de transport des rayonnements, la simulation détaillée et la simulation condensée.

III.2. Simulation détaillée

Dans le $n^{\text{ième}}$ événement, considérant une particule caractérisée par les variables (E, s, r, d) avec E l'énergie de la particule, s le libre parcours moyen de la particule, r la position de la particule et d sa direction dans le système d'axes (x, y, z) , alors le libre parcours moyen, le mécanisme de la diffusion, la perte d'énergie et le changement de direction seront considérés comme des variables aléatoires échantillonnés selon une densité de probabilité [SAL08].

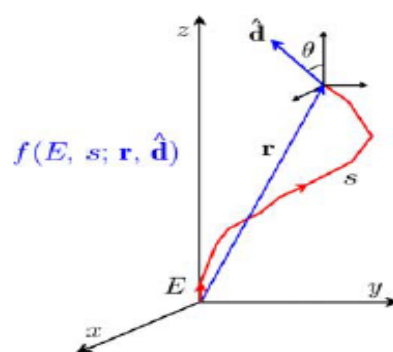


Figure (III.1) : Principe de simulation du transport du rayonnement.[SAL08]

La fonction de distribution de probabilité du libre parcours s est donnée par l'expression suivante :

$$p(s) = \frac{1}{\lambda_t} e^{(-s/\lambda_t)} \quad (\text{III.1})$$

Avec

$$\langle s \rangle = \lambda_t = (N\sigma_t)^{-1} \quad (\text{III.2})$$

Où

σ_t : est la section efficace totale de toutes les interactions

N : est le nombre d'atome ou de molécule par unité de volume, il est donné par :

$$N = N_A \frac{\rho}{A} \quad (\text{III.3})$$

Avec N_A est le nombre d'Avogadro, ρ la densité du matériau et A le nombre de masse.

Lors de l'interaction de la particule avec le milieu par exemple avec deux processus d'interaction A et B ; ces deux interactions sont considérées comme une séquence aléatoire avec les probabilités discrètes suivantes :

$$P_A = \frac{\sigma_A}{\sigma_t} \quad , \quad P_B = \frac{\sigma_B}{\sigma_t} \quad (\text{III.4})$$

L'échantillonnage du parcours s avant la prochaine interaction, se fait en utilisant la formule d'échantillonnage (la méthode d'inversion directe) donnés par l'expression suivante:

$$s = -\lambda_t \ln R \quad (\text{III.5})$$

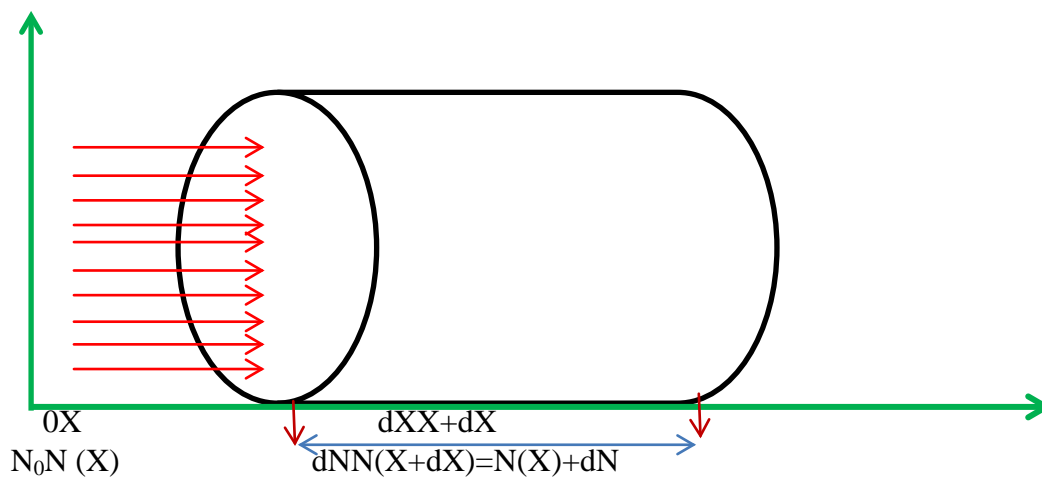
La fraction d'énergie perdue W est calculée à partir de la relation:

$W = E - E'$, et la nouvelle direction du mouvement $d' = (u', v', w')$ après l'interaction est obtenue par la rotation de la direction initiale $d_n = (u, v, w)$ avec u, v et w sont les cosinus directeurs de la particule.

La répétition de ces étapes jusqu'à que l'énergie de la particule soit inférieure à l'énergie de coupure E_{abs} ou la particule quitte la géométrie du système étudié. Dans ce cas on dit que la simulation de la trajectoire est finie.

Cette méthode de simulation est appelée simulation détaillée. L'application de cette méthode est restreinte aux photons ou aux électrons de très faible énergie, car il est presque impossible de faire la simulation détaillée de transport des électrons de haute énergie vu le nombre important d'interactions.

Démonstration



dN est proportionnel à $N(X)$ et à dX autrement dit :

$$dN = -\alpha N dX$$

Où α est la constante de proportionnalité $\Rightarrow N(x) = Ae^{-\alpha x}$

Appliquons les conditions aux limites on trouve : $N(X=0) = N_0 \Rightarrow A = N_0$

Enfin on trouve : $N(X) = N_0 e^{-\alpha X}$

$$\text{Donc } \frac{N(X)}{N_0} = e^{-\alpha X} = Y(X). \quad (\text{III.6})$$

Ici $Y(X)$ est une fonction de répartition de la probabilité que l'électron incident se trouve à la distance inférieure à X . Autrement dit, c'est la probabilité que l'électron ne dévie pas (i.e. ne diffuse pas).

Maintenant si on vise les électrons qui diffuse, la fonction de répartition sera

l'inverse c'est-à-dire $P(X) = 1 - Y(X) = 1 - e^{-\alpha X}$

Alors, la densité de probabilité (ou la probabilité que l'électron diffuse au point $X=x$ « exactement ») est :

$$p(x) = \left. \frac{dP(X)}{dX} \right|_{X=x} = \alpha e^{-\alpha x}$$

La valeur moyenne de x notée ($\langle x \rangle$) est donnée par :

$$\langle x \rangle = \int_0^{+\infty} x \cdot p(x) dx = \int_0^{+\infty} x \cdot \alpha e^{-\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha}$$

Dans le cas du transport des électrons, x est la distance entre deux collisions successives. Sachant que la distance moyenne entre deux collisions successives est par définition le libre parcours moyen λ . Par conséquent:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{\alpha} = \lambda \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\lambda}$$

En conclusion, on remplace α dans les équations précédentes par $1/\lambda$ n trouvera:

$$p(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda}$$

$$\frac{N(X)}{N_0} = R = e^{-X/\lambda} \Rightarrow X = -\lambda \cdot \ln(R)$$

Où R est un nombre aléatoire appartenant à $[0, 1]$.

III.2.1.Exemple de simulation des particules chargées

Considérons un milieu matériel soit semi infini limité par un plan ou a une épaisseur bien déterminée de largeur e obéissant au phénomène de transmission, on le bombarde par un faisceau incidents des particules chargées (le cas de notre étude- sont des positrons ou des électrons à basses énergies).

a. Conditions initiales –avant la collision-:

- Le repère est choisit de tel sorte que l'axe (ox, oy) coïncide avec la surface extérieure du solide. L'axe oz est dirigé à l'intérieur du solide. Les coordonnées utilisées pour cet objet sont les coordonnées sphériques.
- Les coordonnées spatio-énergétiques initiales à la surface du solide –avant l'entrée du faisceau incident à l'intérieur du solide- sont : $\theta=0, \phi=0, Z=0,$

$E = 0$ tels que :

θ est l'angle de diffusion.

Φ est l'angle azimutale.

Z : est la distance séparant la particule incidente et la surface du solide.

E : est l'énergie de la particule incidente-projectile-.

b. Au sein du solide

- La particule incidente quand elle arrive à la surface du solide, va parcourir une certaine distance notée $S1$ avant l'interaction avec un atome de la cible.
- Le repère choisi après chaque collision i est pris de telle sorte que l'axe oz est dirigé suivant la direction de celle de la particule incidente avant la collision i .

Après l'interaction qui sera de type élastique ou inélastique soit avec les électrons du cœur ou avec les électrons des valences, la particule incidente va dévier en prenant les coordonnées spatio-énergétiques $\theta_1, \phi_1, Z_1, E_1$.

Et de la même façon, cette particule va parcourir une certaine distance $S2$ avant l'interaction avec un autre atome de la cible. Après l'interaction qui sera de type élastique ou inélastique, la particule incidente va dévier en prenant les coordonnées spatio-énergétique ($\theta_1, \phi_1, Z_1, E_1$)

c. Le stade final de la particule incidente

L'histoire ($\theta_1, \phi_1, Z_1, E_1$) se répète au sein du solide jusqu'à l'un des 3 cas suivants :

1. Phénomène de transmission : Si la particule incidente sort du solide dans la direction positive des Z ($Z > e$) dont e est l'épaisseur du solide-film mince-. Cette particule est dite une particule transmise.
2. Phénomène de retro diffusion : Si la particule sort du solide mais dans la

direction négative des Z ($Z < 0$), dans ce cas là, elle sera une particule retro diffusée.

3. Phénomène d'absorption : Si la particule incidente perd rapidement son énergie dans des processus inélastiques différents jusqu'à sa thermalisation (qui est de l'ordre de 10^{-2} eV), dans ce cas là, la particule incidente sera absorbée par le solide. Dans le cas du positron on aura le phénomène d'annihilation électron- positron.

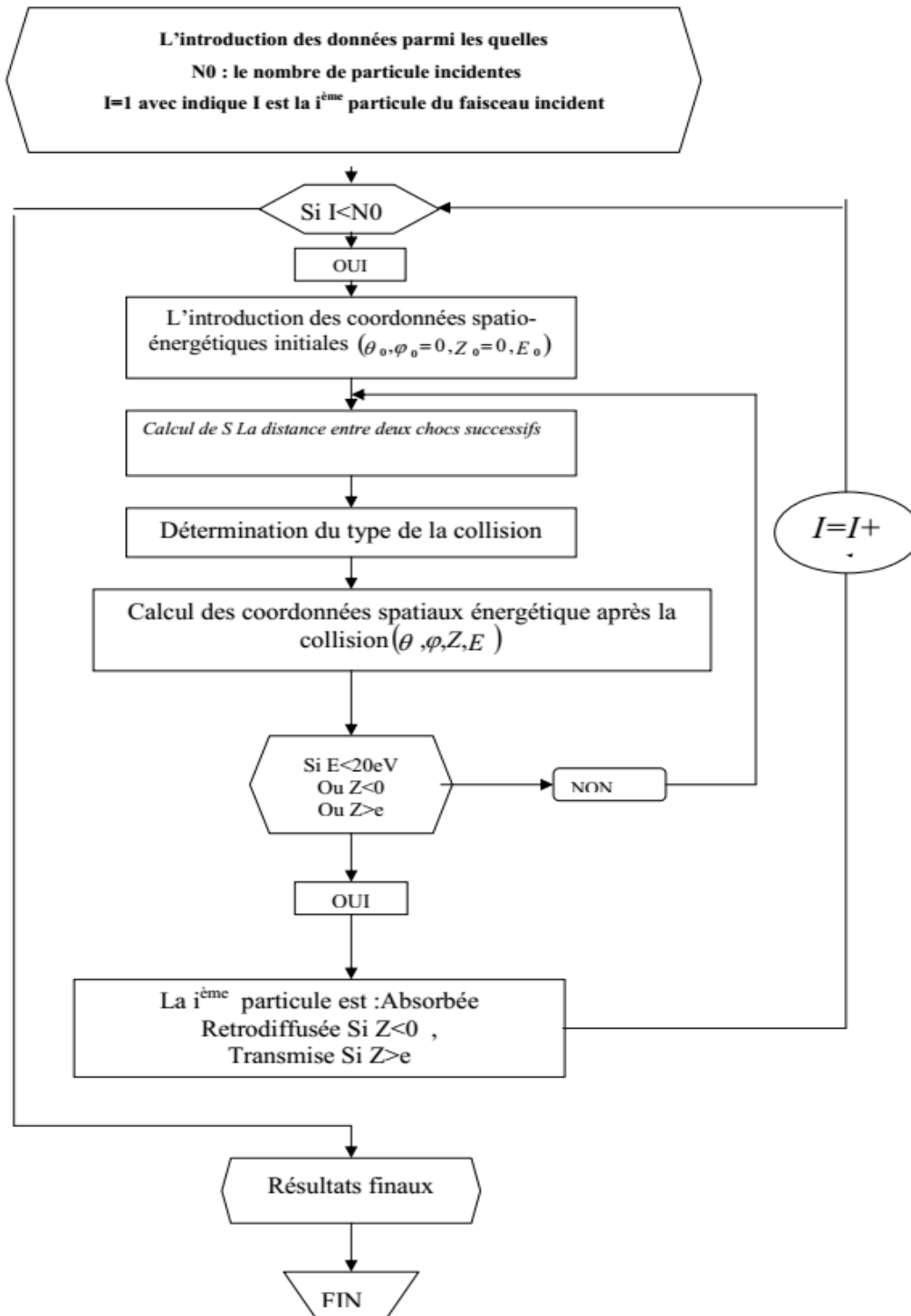


Figure (III.2) : Exemple d'un organigramme de simulation de transport des électrons

III.2.1.1. Construction des chemins de Monte Carlo

Pour utiliser la méthode de Monte-Carlo dans l'étude du transport des particules chargées, il faut tout d'abord désigner les événements aléatoires contribuant dans le modèle de transport que nous venons de décrire afin d'arriver à l'associer avec un nombre aléatoire appartenant à l'intervalle [0,1].

a. Les événements aléatoires contribuant dans le modèle de transport :

Les événements aléatoires contribuant dans le modèle de transport sont les événements suivants:

La distance entre deux chocs successifs notée S est un événement aléatoire que nous lui avons associé un nombre aléatoire R_1

Le type de la collision est un événement aléatoire que nous lui avons associé un nombre aléatoire R_2

L'angle de diffusion θ dans le cas d'une collision élastique est un événement aléatoire que nous lui avons associé un nombre aléatoire R_3

L'angle azimutale ϕ est un événement aléatoire que nous lui avons associé un nombre aléatoire R_4

La perte d'énergie dans le cas d'une collision inélastique est un événement aléatoire que nous lui avons associé un nombre aléatoire R_5

b. Les nombres aléatoires associés à ces événements aléatoires sont inclus comme suit :

➤ **La distance entre deux chocs successifs** est donnée par

$$S = -\lambda_T \cdot \ln\left(\frac{I(Z)}{I_0}\right)$$

$I(Z)$ est l'intensité du faisceau incident à une distance Z au sein du solide. I_0 est l'intensité des particules incidentes avant la collision. λ_T est le libre parcours moyen total de la particule incidente.

Le nombre $I(z)/I_0$ est un nombre aléatoire qu'on peut le noter R_1 -appartenant à l'intervalle [0-1], d'où la relation cherchée en utilisant les nombres aléatoire est:

$$S = -\lambda_T \cdot \ln(R_1)$$

- **La probabilité pour que le type de la collision soit élastique ,ou inélastique** (soit avec les électrons du cœur ou des valences) est un nombre aléatoire appartenant à l'intervalle [0-1], que l'on notera R2.

Posons :

$$P_1 = \frac{1/\lambda_{el}}{1/\lambda_T} \quad (\text{III.7})$$

$$P_2 = \frac{\frac{1}{\lambda_{el}} + \frac{1}{\lambda_c}}{1/\lambda_T} \quad (\text{III.8})$$

Avec

$$\lambda_T = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{el}} + \frac{1}{\lambda_c} + \frac{1}{\lambda_v}} \quad (\text{III.9})$$

λ_{el} , λ_c et λ_v sont les libres parcours moyens élastiques et inélastiques des électron de cœur et de valence respectivement.

Le type de la collision peut être décrit comme suit :

Si $R2 \leq P1$: la collision est élastique.

Si $P1 \leq R2 \leq P2$ la collision est inélastique avec les électrons de cœur.

Si $R2 > P2$ la collision est inélastique avec les électrons des valences.

Nous rappelons que la relation entre la section efficace et le libre parcours moyen est donnée par:

$$\lambda = 1/(\sigma n_0)$$

Avec σ est la section efficace de collision , n_0 est densité des atomes de la cible

$$n_0 = \frac{N_{av} \rho}{M_{at}}$$

ρ et M_{at} sont la densité volumique et la masse atomique de l'atome de la cible

- **L'angle de diffusion** θ après une collision élastique est un événement aléatoire, pour le décrire à l'aide d'un nombre aléatoire nous devons utiliser la relation suivante :

$$f(\theta) = \frac{\int_0^\theta \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega}{\sigma_{el}} \quad (\text{III.10})$$

Dans $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ est la section efficace différentielle élastique la fonction $f(\theta)$ est un nombre aléatoire qu'on peut noter R_3 appartenant à l'intervalle $[0, 1]$.

Remarque : Si on utilise la section efficace écrantée de Rutherford alors θ peut s'écrire sous

la forme suivante

$$\theta = \arccos\left(\frac{1+B_n-R_3-2.R_3.B_n}{1+B_n-R_3}\right) \quad (\text{III.11})$$

Dans le cas général, pour déterminer θ en fonction de R_3 nous sommes appelés à utiliser des méthodes numériques pour résoudre l'équation intégrale suivante

$$R_3 \cdot \sigma_{el} - \int_0^\theta \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = 0 \quad (\text{III.12})$$

- **La perte d'énergie** x peut être écrite en fonction de R_4 , en utilisant l'équation suivante :

$$f(x) = \frac{\int_x^E \frac{d\sigma}{d(\Delta E)} d(\Delta E)}{\sigma_{inel}} \quad (\text{III.13})$$

$f(x)$ est un nombre aléatoire noté R_4 appartenant à l'intervalle $[0, 1]$.

Pour trouver x en fonction de R_4 il faut résoudre l'équation intégrale suivante dont la racine est x :

$$R_4 \cdot \sigma_{inel} - \int_x^E \frac{d\sigma}{d(\Delta E)} d(\Delta E) = 0 \quad (\text{III.14})$$

- L'angle "φ" est supposé uniformément réparti sur l'intervalle [0-2π]
pour cela, nous pouvons écrire :

$$\varphi = R_5 \cdot (2\pi)$$

III.2.2. Technique de calcul Monté-Carlo aux photons

Ce paragraphe expose la technique de Monté Carlo présentée dans le MIRD pour le calcul des fractions absorbées (S) les histoires des photons à l'intérieur du fantôme sont déterminées par l'utilisation des coefficients d'atténuations massiques $\mu_{ph}(E)$, $\mu_C(E)$ et $\mu_{cp}(E)$ respectivement pour les interactions photoélectrique, Comptons et matérialisations (création de paires). Ces coefficients d'atténuations sont fonctions des coefficients d'atténuation des composants de chaque région (squelette, poumons et le reste du fantôme) tel que pour chaque interaction et chaque région, le coefficient d'atténuation total est :

$$\mu(E) = W_c \mu_c + W_H \mu_H + W_N \mu_N + W_O \mu_O + \dots + W_{Pb} \mu_{Pb}$$

Où w_c , w_H , w_N , w_O , w_{Pb} , sont les fractions des poids des différents éléments constituant la région.

La première étape de calcul utilise un coefficient d'atténuation μ_0 , tel qu'il soit supérieur ou égal à ceux de toutes les régions. Le site de la première interaction est choisi en prenant la distance traversée, avant interaction, comme étant égale à :

$$\text{distance traversée} = \frac{\ln(a)}{\mu_0}$$

Dans laquelle 'a' est un nombre pris aléatoirement entre 0 et 1.

Ce point de première interaction est testé afin de déterminer la région du fantôme qui le contient. Notant cette région par i, la probabilité μ_i/μ_0 , ou μ_i est

le coefficient d'atténuation massique total de la région i , est vérifiée si elle est favorable ou non ; si elle ne l'est pas, le gamma traversera une autre distance à partir du dernier point d'interaction tout en gardant les précédentes énergie et directions.

Le type d'interaction est sélectionné aléatoirement suivant les probabilités proportionnelles aux rapports des sections efficaces photoélectriques, Compton ou création de paires, à la section efficace totale.

Exemple : soient 100 gamma dont chacun a une énergie de 10MeV. De tels photons, dans l'eau, ont une probabilité d'interaction Compton égale à 77%, photoélectrique 0%, et matérialisation 23%. Donc, de ces 100 gamma, 77 vont être diffusés par effet Compton et 23 absorbé par effet de matérialisation.

Si une interaction Compton est indiquée, le code utilise la formule de Klein-Nishina pour déterminer le transfert d'énergie et l'angle de diffusion.

Afin de compenser partiellement les erreurs statistiques commises, (surtout pour les photons de basse énergie auquel l'absorption photoélectrique prédomine sur la diffusion Compton et les photons traversent donc, de petites distances), le code attribue à chaque photon une pondération, p , qui initialement est normalisé à un (1). Cette pondération est réduite avec chaque interaction pour tenir compte de la probabilité de survie du photon.

La réduction de la pondération est exprimée par :

$$P_n = P_{n-1} \frac{\mu_c(E_{n-1})}{\mu(E_{n-1})} \quad (\text{III.15})$$

Dans laquelle P_n est la pondération porté par le photon après la $n^{\text{ième}}$ collision et $\mu_c(E_{n-1})$ et $\mu(E_{n-1})$ sont respectivement les coefficients massiques pour la diffusion Compton et l'atténuation totale pour l'énergie E_{n-1} (énergie du photon avant la $n^{\text{ième}}$ collision).

L'histoire du photon se termine lorsque :

- 1- il s'échappe du fantôme.
- 2- Il disparaît par effet de matérialisation.

3- Son énergie chute au dessous de 4Kev.

4- Sa pondération chute au dessous de 10^{-5} .

Dans ces deux derniers cas, l'énergie est supposée localement absorbée.

L'énergie déposée dans la $n^{\text{ième}}$ interaction est estimée par le code basé sur la formule suivante :

$$E_n = P_{n-1} \left[\frac{\mu_{ph}(E_{n-1})}{\mu(E_{n-1})} E_{n-1} + \frac{\mu_c(E_{n-1})}{\mu(E_{n-1})} (E_{n-1} - E_n) + \frac{\mu_{cp}(E_{n-1})}{\mu(E_{n-1})} (E_{n-1} - 2m_0c^2) \right] \quad (\text{III.16})$$

m_0c^2 est l'énergie au repos de l'électron ≈ 0.511 Mev.

Il est supposé que l'énergie totale du photon est localement absorbée, ce dernier interagissant par effet photoélectrique, et de même pour l'électron et le positron produits par effet de matérialisation (pour les énergies des gammas utilisées en médecine nucléaire les parcours des électrons secondaire sont négligeables comparés aux dimensions des organes).

Le code tient compte des photons créés par l'annihilation du positron et leurs

attribue une pondération égal à: $\frac{2P_{n-1} \cdot \mu_{cp}}{\mu(E_{n-1})}$

Et une orientation aléatoire, où la direction de l'un est opposée à l'autre.

Le bremsstrahlung (rayonnement de freinage) aurait pu être considéré surtout qu'il n'est plus négligeable pour les hautes énergies. Cependant, il ne l'a pas été car, pour les gammas utilisés en médecine nucléaire et le milieu d'interaction considéré, la probabilité de production d'un photon par freinage de l'électron est assez faible.

III.3. Simulation Condensée

Dans le cas du transport des électrons de haute énergie, la simulation se fait par la méthode des histoires condensées. Cette méthode consiste à regrouper le transport des particules qui subissent des interactions à faible perte d'énergie et faible déviation.

PENELOPE utilise une méthode mixte qui combine les simulations détaillées des événements de type « Hard » (événements pour lesquels l'angle de diffusion et l'énergie perdue W sont supérieurs aux valeurs seuils) avec la simulation condensée (diffusion multiple) des événements de type "Soft" (événements pour lesquels l'angle de diffusion et l'énergie perdue W sont inférieurs aux valeurs seuils).

Chapitre IV
Les Codes de simulation de
Monte-Carlo/Le code PENELOPE

IV.1. Introduction

Les codes de Monte Carlo deviennent un outil essentiel en physique de l'interaction rayonnement ou particule chargée/matière, tant dans le domaine de la radioprotection que dans celui de la physique médicale, en particulier la radiothérapie. La possibilité d'y inclure une très grande partie de la physique de l'interaction élémentaire sous la forme de modèles numériques de plus en plus élaborés les rendent à la fois plus prédictifs, précis et fiables. Ils permettent en outre la détermination de grandeurs inaccessibles par l'expérience. Leur utilisation en métrologie des rayonnements ionisants a pris un réel essor ces dix dernières années avec l'arrivée d'ordinateurs plus puissants à un coût modéré. Néanmoins, l'importance des approximations numériques qui y sont faites et l'incertitude inhérente aux sections efficaces qui y sont utilisées, surtout à basses énergies, ne permettent pas d'atteindre la précision absolue requise en métrologie (inférieure ou de l'ordre du pour mille). On les utilise donc essentiellement pour calculer ou valider les coefficients de correction qui sont appliqués aux mesures expérimentales. Pour des raisons mathématiques évidentes, ces coefficients sont jusqu'à présent calculés avec de nombreuses hypothèses simplificatrices. L'utilisation des codes de Monte Carlo permet donc d'obtenir des valeurs correctives plus exactes ou inaccessibles par les méthodes traditionnelles. Dans le domaine de la physique des solides, l'emploi des codes de Monte Carlo dont le principe de base est fondé sur le choix aléatoire de l'interaction de la particule chargée avec la matière à chaque étape de son transport semble à priori antinomique avec la rigueur et la précision recherchées lors des mesures métrologiques. Toutefois, les avantages considérables qu'ils sont sensés apporter, en particulier la prise en compte très complète des phénomènes physiques « élémentaires » mis en jeu lors de chaque interaction et la possibilité d'une description très précise de la

géométrie et de la composition chimique du détecteur ou du dosimètre dans son environnement réel, permettent d'espérer une détermination précise et ciblée des grandeurs physiques recherchées, en particulier les composantes inaccessibles à l'expérience.

Des centaines d'auteurs ont donné plusieurs applications des codes de Monte Carlo dans différents domaines de la physique et de la physique médicale

Lors de l'étude de l'interaction des rayonnements avec la matière, en particulier la dosimétrie en physique médicale, les codes de simulation Monte Carlo sont largement utilisés puisqu'ils prennent en compte tout type d'interaction rayonnement-matière. En plus, ils donnent la possibilité de faire une description aussi précise de la géométrie et de la composition chimique ou élémentaire des matériaux cibles dans leur environnement réel. Ces avantages nous permettent d'avoir une meilleure précision de différentes grandeurs physiques recherchées, en particulier les paramètres inaccessibles à l'expérience.

Le développement remarquable de puissantes machines de calcul a permis à la fois de déterminer les sections efficaces d'interactions avec précision et de développer nombreux codes de Monte-Carlo. Parmi ces codes Monte-Carlo nous citons :

- ✓ **MCNP/MCNPX** (Monte Carlo N Particles lié à l'origine au projet Manhattan)
- ✓ **GEANT 4.0** développé au sein du CERN
- ✓ **EGS4/EGSnrc** (Electron Gamma Shower)
- ✓ **PENELOPE** (PENetration and Energy LOss of Positrons and Electrons). Ce dernier code a été développé, par l'équipe du Professeur Salvat, au sein de la faculté de physique de l'université de Barcelone. Il peut simuler le transport des

électrons, des positrons et des photons ayant une énergie comprise entre 50 eV et 1 GeV dans des matériaux simples (de $Z=1$ à $Z=99$) ainsi que dans des matériaux composites. Ce code combine deux types de simulation : la simulation détaillée du transport des photons et la simulation mixte du transport des électrons et des positrons [SAL08].

IV.2. Le code Penelope

Le code de simulation qu'on va étudier est le code PENELOPE. Le choix de ce code peut être justifié comme suit :

- ✓ La bonne corroboration des simulations qui a été démontrée par le biais des différents tests d'évaluation ou benchmarks. En citant à titre d'exemple le benchmark expérimental mené par Sempau *et al* (2003) pour tester le modèle de diffusion mixte utilisé par PENELOPE pour les électrons de moyenne et de haute énergies et les benchmarks réalisés par Das et al (2001, 2002) et Vilches et al en 2007 qui ont comparé les résultats obtenues avec les codes Penelope, EGS et MCNP.(Salvat 2008, Azbouche 2009)
- ✓ la flexibilité du code.

Le code PENELOPE est utilisé pour étudier le transport des électrons, des photons et des positrons dans des matériaux simples (monoatomiques) et composites.

Ce code est constitué d'un ensemble de programmes écrit en FORTRAN 77 qui sont composés principalement d'un programme source et d'autres programmes auxiliaires.

Le programme source est composé des éléments suivants:

- PENGEOM : un sous-programme entreprend l'étude géométrique pour permettre le suivie de la localisation des interactions dans le matériau étudié;

- PENELOPE : un sous-programme simule les modèles physiques de diffusion (algorithme d'interactions de particules);
- PENVARD : un programme fait appel à des méthodes statistiques de réduction de la variance.
- TIMER : un programme a pour but la comptabilité du temps de la simulation.

Le contrôle de la géométrie et les trajectoires, le stockage des résultats de la simulation sont assurés par l'intermédiaire du programme utilisateur nommé PENMAIN.

La figure suivante, montre la description complète de la structure du code PENELOPE.

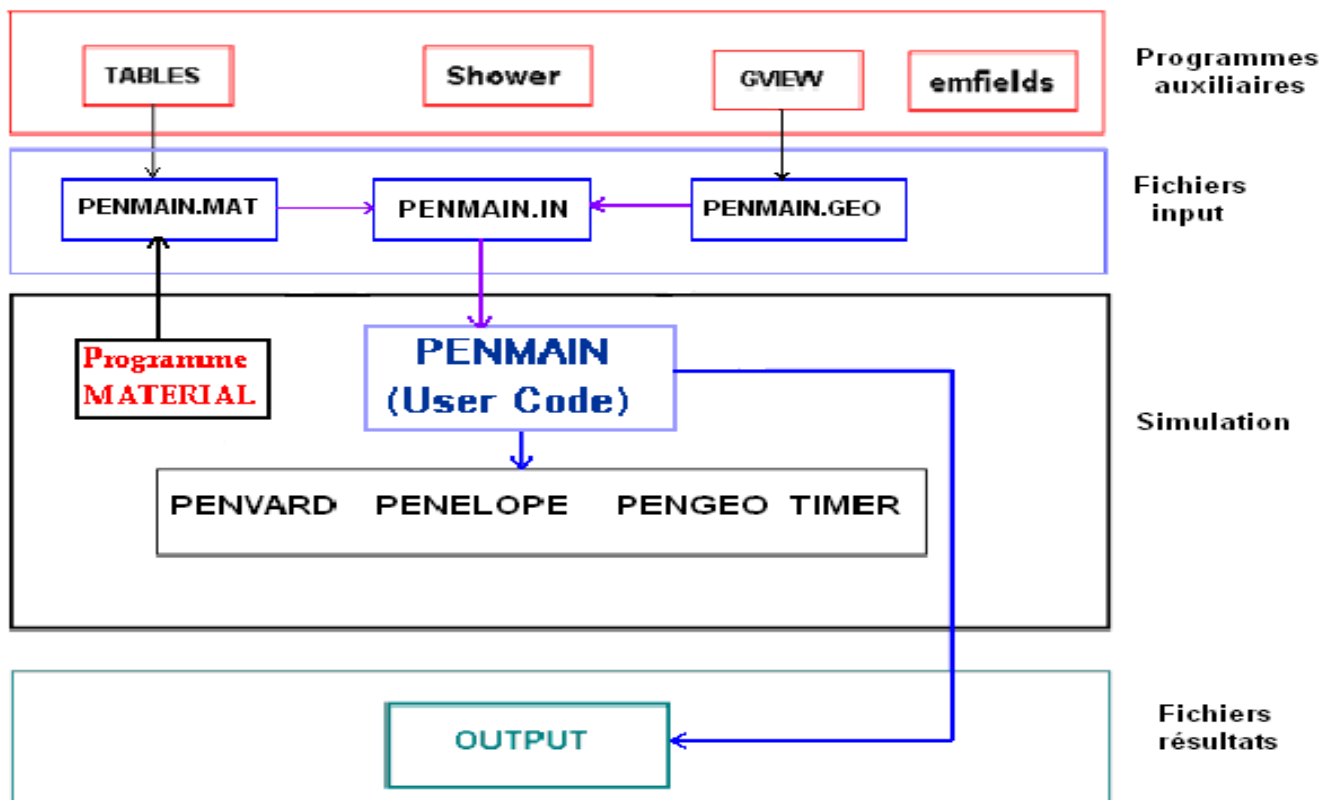


Figure (IV.1) : Structure du code Monte Carlo PENELOPE [AZB09]

IV.2.1. Programme utilisateur

Le transport des électrons, des positrons et des photons à l'intérieur des cibles matière peut être simulé en utilisant le code PENELOPE par le biais de l'un des fichiers exécutables : PENSLAB, PENCYL ou PENMAIN. L'utilisation de tel ou tel fichier exécutable dépend de la géométrie de la cible et de la source elle-même.

Le contrôle de la géométrie, l'évolution des trajectoires, et le stockage des valeurs des grandeurs produites par le modèle de diffusion contenu dans PENELOPE sont assurés par le programme utilisateur. Ce programme est structuré pour que l'histoire d'une particule soit générée par une séquence de sauts (jumps). A la fin de chaque déplacement, la particule subit une interaction (knock), au cours de laquelle elle perd de l'énergie, change de direction et dans certains cas, produit une particule secondaire.

Pour mieux gérer la simulation du transport des particules, le programme utilisateur PENMAIN a besoin aux sous-programmes suivants:

- ✓ **SUBROUTINE CLEANS** : c'est un sous-programme permet l'initialisation de la pile de particules secondaires.

- ✓ **SUBROUTINE START** : c'est un sous-programme sert à initialiser la simulation des électrons. L'utilisation de ce sous-programme se fait juste pour simuler les électrons et qui n'a aucun effet sur le transport des photons. Un tel programme doit être appelé avant d'entamer une nouvelle particule primaire ou secondaire et en particulier lorsque la particule traverse une interface.

- ✓ **SUBROUTINE JUMP (DSMAX, DS)** : c'est un sous-programme utilisé pour la détermination du trajet DS jusqu'au prochain événement. Le paramètre DSMAX est le parcours maximal de l'électron ou du positron. La particule est stoppée juste après l'interface et la longueur DS est réajustée. Quand la particule s'échappe du système, la simulation de cette trajectoire est stoppée, et l'étude des particules secondaires commence par ordre décroissant d'énergie.

- ✓ **SUBROUTINE KNOCK (DE, ICOL)** : c'est un sous-programme permet le calcul de la nouvelle valeur d'énergie, la direction de la particule et enregistre les données des particules secondaires créées. Lorsque l'énergie est inférieure à l'énergie de coupure E_{abs} , la simulation de la particule se termine. Les paramètres calculés par ce sous-programme sont :
 - **DE** : énergie déposée dans le matériau durant les interactions, inclut l'énergie des particules secondaires générée.
 - **ICOL** : type d'interactions simulées selon la codification présentée dans le tableau (IV.1).

Tableau (IV.1) : Principales interactions prises en charge par le code PENELOPE

ICOL	Electrons (KPAR=1)	Photons (KPAR=2)	Positrons (KPAR=3)
1	artificial soft event (random hinge)	cohérent (Rayleigh) scattering	artificial soft event (random hinge)
2	hard elastic collision	incohérent (Compton) scattering	hard elastic collision
3	hard inelastic collision	photoelectric absorption	hard inelastic collision
4	hard bremsstrahlung emission	electron-positron pair production	hard bremsstrahlung emission
5	inner-shell impact ionisation	/	inner-shell impact ionisation
6	/	/	annihilation
7	delta interaction	delta interaction	delta interaction

- ✓ **-SUBROUTINE SECPAR (LEFT) :** C'est un sous-programme qui reprend l'état de chaque particule secondaire et la retire de la pile. Le paramètre **LEFT** donne le nombre de particules secondaires restantes dans la pile.

✓ **-SUBROUTINE STORES (E, X, Y, Z, U, V, W, WGHT, KPAR, ILB)**

Est un sous-programme permet le stockage de la particule dans la pile secondaire, par la définition du type de la particule, son énergie, ses coordonnées, sa direction et son poids statistique.

L'appel de ce sous-programme est très utile pour le stockage des particules produites par la méthode de réduction de la variance.

IV.2.2. Fichiers de données

Ces fichiers s'appellent les fichiers INPUT permettent à l'utilisateur de lire le matériau, la géométrie et les paramètres de la simulation. Ces fichiers sont structurés de la manière suivante :

a. Fichier matériau (PENMAIN.MAT)

Le programme MATERIAL utilise toutes les données concernant les interactions des électrons, des photons et des positrons dans les différents matériaux étudiés, sous la forme d'une base de données numériques pour la création du fichier d'entrée 'PENMAIN.MAT'. Ce dernier contient tous les paramètres physiques d'interaction utilisés par le programme PENELOPE à savoir, les sections efficaces, les coefficients d'atténuation, les pouvoirs d'arrêt, la densité, l'énergie moyenne d'excitation, etc....

Le programme MATERIAL permet de générer une base de données des matériaux simples dont le numéro atomique Z compris entre 1 et 99 ainsi que les matériaux composés.

Le fichier PENMAIN.MAT peut être traité par un programme auxiliaire appelé TABLEAU. Le programme tableau permet de visualiser les courbes de variation des sections efficaces, des coefficients d'atténuation et des pouvoirs d'arrêt en fonction de l'énergie des électrons, des positrons et des photons.

b. Fichier géométrie (PENMAIN.GEO)

Dans le code PENELOPE, La géométrie utilisée est prise en charge par le programme PENGEOM. Ce dernier permet de localiser les particules durant leurs interactions dans le matériau étudié à l'intérieur d'un volume cible limité par des surfaces.

✓ Les surfaces

Toutes les surfaces sont définies par la fonction quadratique suivante :

$$F(x, y, z) = A_{xx}x^2 + A_{xy}xy + A_{xz}xz + A_{yy}y^2 + A_{yz}yz + A_{zz}z^2 + A_x x + A_y y + A_0 = 0 \quad (\text{IV.1})$$

Cette équation peut être réduite sous la forme :

$$F(x, y, z) = I_1x^2 + I_2y^2 + I_3z^2 + I_4z + I_5 \quad (\text{IV.2})$$

En manipulant les indices I_1 , I_2 , I_3 , I_4 et I_5 , on peut définir plusieurs surfaces telles que les plans, les paires de plans, les sphères, les cylindres, etc...

Les surfaces de base définies par le code PENELOPE sont présentées dans le tableau (IV.2).

Tableau (IV.2) : Les surfaces utilisées par le code PENELOPE

Forme réduite	Indices	Géométrie
$z-1=0$	0 0 0 1 -1	plan
$z^2-1=0$	0 0 1 0 -1	plans parallèles
$x^2+y^2+z^2-1=0$	1 1 1 0 -1	sphère
$x^2+y^2-1=0$	1 1 0 0 -1	cylindre
$x^2 - y^2-1=0$	1 -1 0 0 -1	cylindre hyperbolique
$x^2+y^2-z^2 -1=0$	1 1 -1 0 0	cône
$x^2+y^2-z^2-1=0$	1 1 -1 0 -1	hyperboloïde à 1 branche
$x^2+y^2-z^2+1=0$	1 1 -1 0 1	hyperboloïde à 2 branche
$x^2+y^2-z=0$	1 1 0 -1 0	paraboloïde
$x^2 -z=0$	1 0 0 -1 0	cylindre paraboloïde
$x^2 - y^2 -z=0$	1 -1 0 -1 0	paraboloïde hyperbolique

La géométrie à modéliser est obtenue en combinant ces surfaces de base et en leur appliquant les transformations pour obtenir la géométrie voulue. La manipulation de la géométrie étudiée peut être effectuée par :

- ✓ l'agrandissement selon l'axe est défini par les facteurs X-SCALE, Y-SCALE, Z-SCALE ;
- ✓ la translation selon les 3 axes est définie par les facteurs X-SHIFT, Y-SHIFT, Z-SHIFT ;
- ✓ la rotation est définie par les angles d'Euler OMEGA, THETA et PHI.
- ✓ Les corps et les modules peuvent être définis par les surfaces quadratiques et le pointeur correspondant (+1 ou -1).

Dans les figures suivantes, nous représentons la description du modèle et du format de la géométrie à modéliser.

Pour valider la géométrie étudiée, il est des fois nécessaire de la vérifier à l'aide d'un programme nommé GVIEW. Le programme GVIEW permet de visualiser la géométrie en 2D et 3D avant d'exécuter une telle simulation.

c. Fichier principal d'entrée (PENMAIN.IN)

Le fichier principal d'entrée PENMAIN.IN rassemble tous les renseignements concernant les paramètres de simulation et de réduction de la variance, il définit également les noms de fichiers matière et le fichier géométrie décrivant le système simulé.

Les principaux paramètres de la simulation contenue dans le fichier d'entrée peuvent être regroupés de la manière suivante:

1. Paramètres caractérisant la particule primaire

- **KPAR** définit le type de particule. Il est égal à 1 pour les électrons, à 2 pour les photons et à 3 pour les positrons,
- **ENERG** est l'énergie de la particule primaire en eV,
- **(X, Y, Z)** sont les coordonnées de la position initiale de la source en cm,
- **(THETA, PHI)** sont les angles donnant la direction initiale du faisceau, en degrés,
- **OMEGA** est l'ouverture du faisceau initial en degrés,
- **Eo** est l'énergie des particules incidentes, en eV.

2. Données concernant les matériaux et la géométrie

- **NMAT** est le nombre de matériaux différents dans l'ensemble du système modélisé (NMAT doit être inférieur à MAXMAT, le nombre maximum de matériaux déclarés est de 10).
- **PFNAME** est le nom du fichier matériau créé par le programme MATERIAL,
- **GFILE** est le fichier concernant la géométrie.

3. Paramètres de simulation

- **DSMAX** : libre parcours moyen maximum en cm entre deux interactions de type HARD.
- **EABS** : énergie de coupure pour les 3 types de particules électron, photon et positron. Lorsque l'énergie E d'une particule est inférieure à EABS, elle est absorbée dans ce milieu et une autre particule est alors simulée.
- **C1** est un paramètre lié à la déflection angulaire moyenne produite par la diffusion élastique multiple le long d'un parcours égal au libre parcours moyen entre deux événements élastiques (HARD) consécutif. Son expression est donnée par :
$$C_1 \approx 1 - \langle \cos \theta \rangle ,$$
- **C2** est la fraction moyenne maximale d'énergie perdue entre 2 événements élastiques « HARD »,
- **Wcc** est la perte d'énergie seuil pour les collisions "HARD" inélastiques,
- **Wcr** est la perte d'énergie seuil pour l'émission de Bremsstrahlung.

4. Autres données

- **NTOTAL** est le nombre maximum de particules primaires à simuler,
- **ITIME** est le temps maximum alloué pour la simulation,
- **ISEED1** et **ISEED2** sont les nombres aléatoires initiaux.

Pour certaines applications spécifiques, nous pouvons ajouter les paramètres de l'application de la méthode de réduction de la variance.

L'organigramme et l'algorithme du programme utilisateur PENMAIN sont représentés (juxtaposés) dans la figure (IV.3).

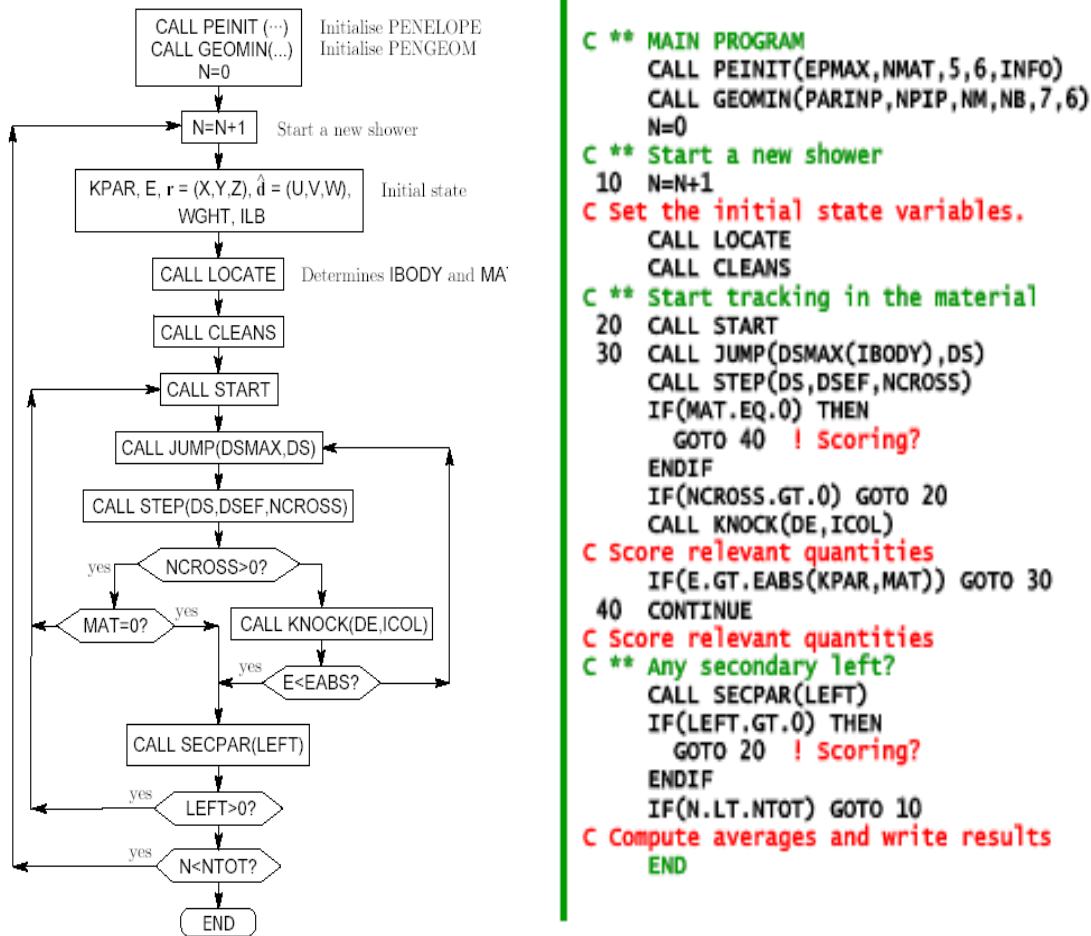


Figure (IV.3) : Organigramme et algorithme du programme principal PENMAIN
[SAL08]

IV.2.3. Programmes auxiliaires

Le support du code PENELOPE est distribué avec les programmes auxiliaires suivants:

1. Le programme **GVIEW** permet de visualiser la géométrie étudiée en deux et en trois dimensions,
2. le programme **SHOWER** sert à visualiser les trajets simulés des particules incidents.
3. le programme **TABLE** montre les données créées par le programme MATERIAL.

Davantage, le code PENELOPE contient un programme auxiliaire nommé « EMFIELDS ». Ce programme permet la gestion de la simulation du transport des électrons et des positrons dans un champ électromagnétique externe.

RÉFÉRENCES

[SEL91] S.M. Seltzer, Electron-Photon Monte-Carlo Calculations : The ERTAN Code, Appl. Radiat. Isot.,42 :917-941(1991)

[SAL96] F. SALVAT, J. M. FERNANDEZ-VAREA, J. BARO AND J. SEMPAU, InformesTécnicos CIEMAT n. 799 (CIEMAT, Madrid) (1996).

[SEM97] J. SEMPAU, E. ACOSTA, J. BARO, J. M. FERNANDEZ-VAREA, F. SALVAT, Nucl. Instrum. and Meth. B132(1997)377-390.

[FRA08] FRANCESC SALVAT, JOSE M FERNANDEZ-VAREA, *PENELOPE-2008: A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*, Nuclear Energy Agency Workshop Proceedings Barcelona, Spain (2008)

[LEO07] LEONE BLAZY-AUBIGNAC, *Contrôle de Qualité Des Systèmes De Planification Dosimétrique Des Traitements En Radiothérapie Externe Au Moyen Du Code Monte-Carlo Penelope*, Thèse de Doctorat, Université Toulouse III – Paul Sabatier U.F.R Sciences (2007)

[SAL01] F. SALVAT, J.M. FERNANDEZ-VAREA, E. ACOSTA1, J. SEMPAU, Proceedings of the Ninth EGS4 Users' Meeting in Japan, KEK Proceedings 2001-22, p.1-5

[SAL08] Salvat F, JM Fernandez-Varea and Josep Sempau, *penelope-2008: A code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport* (Workshop Proceedings Barcelona, Spain 30 June-3 July 2008: OECD/NEA Data Bank)

[AZB09] A. Azbouche, Etude par le code Monte Carlo PENELOPE des de rayons X produit par des générateurs de rayons X de basse énergie utilisés en radiothérapie, mémoire de magister USTHB, N° 39/2009-M/PH Alger Algérie

[FRA08] Francesc Salvat and Jose m Fernandez-varea, *PENELOPE-2008: A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*, Nuclear Energy Agency Workshop Proceedings Barcelona, Spain (2008)

[BET07] BETKA ABDERRAHIM, *Dosimétrie en Médecine Nucléaire : Application à l'évaluation de l'activité en iode 131 administré dans le traitement de l'hyperthyroïdie type Basedow*, Mémoire De Magister En Physique Médicale, Université Des Sciences et De La Technologie Houari Boumediene USTHB/Alger faculté De Physique, 19/2007-M/PH (2007).

[FRA08] FRANCESC SALVAT AND JOSE M FERNANDEZ-VAREA, *PENELOPE-2008: A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*, Nuclear Energy Agency Workshop Proceedings Barcelona, Spain (2008)

[LEO07] LEONE BLAZY-AUBIGNAC., *Contrôle de Qualité Des Systèmes De Planification Dosimétrique Des Traitements En Radiothérapie Externe Au Moyen Du Code Monte-Carlo Penelope*, Thèse de Doctorat, Université Toulouse III – Paul Sabatier U.F.R Sciences (2007)

[BETK15] A.Betka, A.Bentabet, A.Azbouche, N.Fenineche, A Adjiri, *Estimation of the influence of other organs of the body in the determination of the gamma fraction energy emitted by iodine 131 deposited within the thyroid gland*, IUPESM, *World Congress on Medical Physics & Biomedical Engineering* (2015).

[BET15] A.Betka, A.Bentabet, A.Azbouche, N.Fenineche, A Adjiri, A Dib, Phys. Scr. 90 (2015) 055002

[BEN12] A. Bentabet, Vacuum 86 (2012) 1855

[SAL05] Salvat F, Fernández-Varea JM, Acosta E, Sempau J, PENELOPE A code System for Monte Carlo simulation of electron and Photon transport, France: NEA, Data Bank; 2005. <http://www.nea.fr>

[BET17] BETKA ABDERRAHIM, *Etude de la distribution de la dose dans un fantôme anthropomorphe*, Thèse de doctorat En Physique, Université de Bejaia/Bejaia, Algérie (2017).

[BEN06] A. Bentabet, *thèse de doctorat, Université de Sétif/ Sétif, Algérie* (2006).