

Examen de Mathématiques 2

Durée : 01h30mn

Exercice n° 1. (03 points)

1. Donner le développement limité au voisinage de 0 à l'ordre 2 de $\frac{x \ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}$.
2. Calculer la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}$

Indication : $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + o(x^4)$

Exercice n° 2. (05 points)

Soit les intégrales : $I_1 = \int_0^\pi x^2 \cos^2 x \, dx$ et $I_2 = \int_0^\pi x^2 \sin^2 x \, dx$

1. Trouver $I_1 + I_2$ et $I_1 - I_2$.
2. En déduire I_1 et I_2 .

Exercice n° 3. (05 points)

Soit l'équation différentielle du second ordre suivante : $y'' - 5y' + 4y = 2xe^{2x} \dots (E)$.

1. Trouver la solution de l'équation (E) sans second membre.
2. Donner une solution particulière de l'équation (E).
3. Ecrire la solution générale de (E).

Exercice n° 4. (07 points)

On considère les deux matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $A + B$ et AB .
2. Montrer que A est inversible et calculer A^{-1} .
3. Résoudre par, la méthode de Cramer, le système d'équations linéaire (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 5 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Bonne Chance