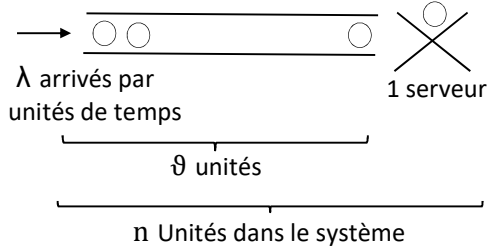


Module : Modélisation et Simulation

Correction des Exercices TD N °6

Exo N° 1 : File d'attente générale



1. Calcul de $\bar{\vartheta}$

$$\bar{\vartheta} = \sum_{n=0}^{\infty} \vartheta P_n^* = \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) P_n^* = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n^* - \sum_{n=0}^{\infty} P_n^*$$

$$\bar{\vartheta} = \bar{n} - (1 - P_0^*)$$

2. Calcul de $\bar{t}_{service}$

$$\bar{t}_{service} = 1/\mu$$

3. Calcul de $\bar{\rho}$

Aucunes unités dans le serveur \Rightarrow le système est vide $\Rightarrow n(t) = 0$

$$\bar{\rho} = Prob\{n(t) = 0\} = P_0^*$$

Le nombre moyen de sorties par unité de temps : \bar{m} sortant.

$$\bar{m} = \mu \cdot (1 - P_0^*)$$

4. Temps moyen passé dans le système : \bar{t}_s

$$\bar{n} = \lambda \bar{t}_s \equiv \bar{t}_s = \frac{\bar{n}}{\lambda}$$

5. Temps moyen passé dans la file : \bar{t}_f

$$\bar{t}_f = \frac{\bar{\vartheta}}{\lambda}$$

Exo 2 : Etude de la file M/M/S

1. Puisque $\lambda n = \lambda$ donc on a

$$P_0^* = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{\omega^n}{n!} + \frac{\omega^S}{S! \left(1 - \frac{\omega}{S}\right)}}$$

$$P_n^* = \frac{\omega^n}{n!} P_0^* \quad 0 \ll n < S$$

$$P_n^* = \frac{\omega^n}{S^{n-S} S!} P_0^* \quad n > S$$

2. Lorsque $S \rightarrow \infty$

$$(i) \quad \lim_{S \rightarrow \infty} P_0^* \Rightarrow \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{\omega^n}{n!} + \frac{\omega^S}{S! \left(1 - \frac{\omega}{S}\right)}} = e^{-\omega}$$

$$(ii) \quad \text{Remarque Si } S \rightarrow \infty \quad \lim_{S \rightarrow \infty} P_n^* \Rightarrow \frac{\omega^n}{n!} \lim_{S \rightarrow \infty} P_0^* = \frac{\omega^n}{n!} e^{-\omega}$$