

## Module : Modélisation et Simulation

### Correction des Exercices TD N °5

#### Exo N° 1: Vecteur de probabilité limite

1. La matrice de transition :

Pour  $n = 0$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Récurrance  $M^{n+1} = M \cdot M^n$  reste à valider que  $a_{n+2} = a_{n+1}$

2. Vecteur de probabilité limite :

$$P^\infty = P^{(0)} M^\infty = P^{(*)} M \quad P^{(0)} = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

#### Exo 3 : Processus de Poisson

1. Le processus de poisson de taux  $\gamma$  est défini par :

$$P_n(t) = \frac{(\gamma t)^n}{n!} \exp\{-\gamma t\}$$

2.  $P_0(\Delta t) = 1 - \gamma \Delta t + o(\Delta t)$

3.  $P_1(\Delta t) = \gamma \Delta t + o(\Delta t)$

4.  $P_2(\Delta t) = o(\Delta t)$

5.  $\bar{n}(t) = \gamma t$

6.  $\bar{n}^2(t) = \gamma t \sum_1^\infty n \quad \sigma^2 = \bar{n}^2 - (\bar{n})^2 \gamma t \sum_1^\infty n$