

Module : Modélisation et Simulation

Correction des Exercices TD N °2

Exo N° 1: Comportement des souris

Définit les états du système :

- Les souris vont à droite : D
- Les souris vont à gauche: G

1 - La matrice de transition :

$$M = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

2 - Lors de la première expérience : $P^0 = (0.5, 0.5)$

Lors de la deuxième expérience : $P^1 = (0.7, 0.3)$

Lors de la troisième expérience : $P^2 = (0.74, 0.24)$

3 – La millièème expérience :

$$M^* = \begin{bmatrix} P^* \\ P^* \end{bmatrix} \quad P^* : \text{représente le vecteur fixe. } P^* = \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

$$M^* = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \quad P^{999} = (0.75, 0.25) = P^*$$

Exo N° 2 : Comportement de l'étudiant

Définit les états du système :

Soit il travaille : O

Soit il ne travaille pas : N

$$X_k = \{O|N\}$$

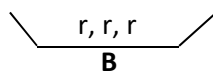
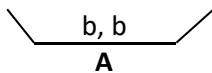
La matrice de transition :

$$M = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a & a \\ b & 1-b \end{bmatrix}$$

Vecteur de probabilité = $\left(\frac{4}{11}, \frac{7}{11}\right)$

La probabilité que étudiant travaille est de : 4/11 (sur 11 nuits il travaille 4 nuits)

Exo N° 3 : Urne des billes



a_i : état du système / i : nombre de billes rouge dans l'urne A. a_0, a_1, a_2 .

Matrice de transition :

$$M = \begin{bmatrix} 0.0 & 1 & 0 \\ 0.16 & 0.5 & 0.34 \\ 0.0 & 0.67 & 0.33 \end{bmatrix}$$

$$2 - P^{(3)} = (P_1^{(3)}, P_2^{(3)}, P_3^{(3)})$$

$$P^{(0)} = (1, 0, 0)$$

$$P^{(3)} = P^{(0)} M^3 = \left(\frac{1}{12}, \frac{23}{36}, \frac{5}{18}\right)$$

$$2 - P^\infty = P^{(0)} M^\infty = \left(\frac{1}{10}, \frac{6}{10}, \frac{3}{10}\right)$$