

Matière – Projet

2^{ième} Année Ingénieur

Mr. Abdellah Khababa akhababa@univ-setif.dz

Mr. Youssef Boulkhiout youssef.boulkhiout@univ-setif.dz

Mme. Fairouz Hadi fairouz.hadi@univ-setif.dz

Département d'informatique
Faculté des sciences

Université Ferhat Abbas - Sétif 1

18 février 2024



Table des matières

1 La méthode de planning PERT

- Généralités
- Objectifs & Domaines d'application
- Conditions de mise en uvre
- Définitions & Représentations
- Conventions
- Rangs ou Niveaux
- Calcul des dates
- Calculs des marges
- Exploitation du réseau
- Exemple de calcul

Généralités

- Dans le cas de fabrications non répétitives et très complexes, (prototypes, avions, grands ensembles en construction, etc), on utilisera la méthode dite du chemin critique dont la plus utilisée est la méthode P.E.R.T.
- Cette méthode a été mise au point en 1957 aux Etats-Unis, lors du développement du missile POLARIS. Ce projet mobilisait 250 fournisseurs principaux et environ 9000 sous-traitants. Le délai initial prévu de 6 ans a pu être ramené à 2 années et demie.
- **P.E.R.T** (**Program Evaluation Review Technique**): technique d'élaboration et de mise à jour de programme.

Objectifs & Domaines d'application

La méthode de planning PERT sert à :

- Définir le délai total d'accomplissement de l'œuvre et éventuellement proposer des moyens pour le réduire.
- Connaitre les conséquences du changement de la durée d'une tâche partielle.
- Evaluer les moyens à mettre en œuvre.
- Etablir une relation entre les délais et les coûts.

Exemples de domaines d'application de cette méthode :

- Dans le bâtiment (grands ensembles, hôpitaux, etc.....)
- Dans les travaux public (routes, ponts, etc.....)
- Pour l'ordonnancement de prototypes.
- En maintenance pour coordonner les tâches de plusieurs équipes de spécialités différentes.

Conditions de mise en uvre

Les conditions de mise en uvre de la méthode PERT sont :

- L'uvre doit être **divisée** en tâches partielles.
- La durée de chaque tâche doit être **connue**.
- L'étude technique doit **préciser** si certaines tâches doivent être impérativement effectuées avant certaines autres tâches.

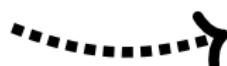
Principe → basé sur le **graphique** ou **diagramme** apparaîtront les liaisons entre les différentes tâches de l'œuvre à réaliser.

Définitions & Représentations

- 1 Tâche**: Une tâche fait évoluer l'œuvre vers son état final, elle consomme donc du temps, de l'énergie, de la matière et de ce fait coûte. Chaque tâche est représentée par une flèche (segment orienté dans le sens de l'écoulement du temps) dont la longueur est indépendante de la durée de la tâche.

Symbol :  A = Identification de la tâche
5 = Durée de la tâche

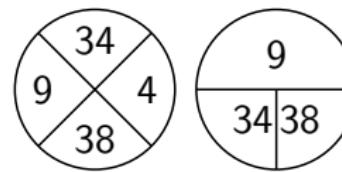
- 2 Tâche fictive**: Une tâche fictive représente une contrainte entre tâches non indépendantes. Chaque tâche fictive est représentée par une flèche pointillée, sa durée est nulle, elle ne consomme aucune ressource, elle ne coûte donc rien.

Symbol : 

Définitions & Représentations

- 3 **Étape**: On appelle étape le début ou la fin d'une tâche. Une étape sera représentée par un cercle ou une autre figure géométrique. Une étape est de durée nulle, elle ne coûte donc rien.

Symbol :

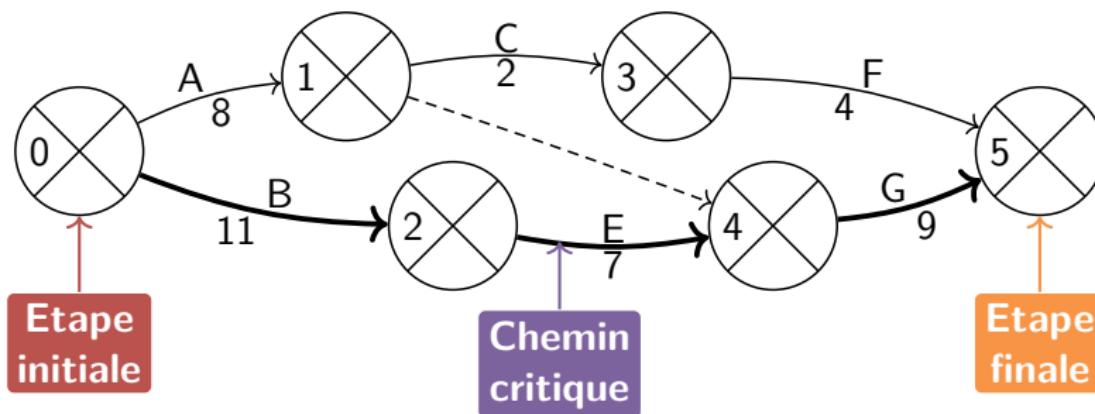


9 = Identification de l'étape
34 = Date au plus tôt
38 = Date au plus tard
4 = Marge totale

- 4 **Réseau**: est l'ensemble des tâches et des étapes qui représente l'œuvre. Le réseau met en évidence les relations entre les tâches et les étapes.

Définitions & Représentations

Exemple :

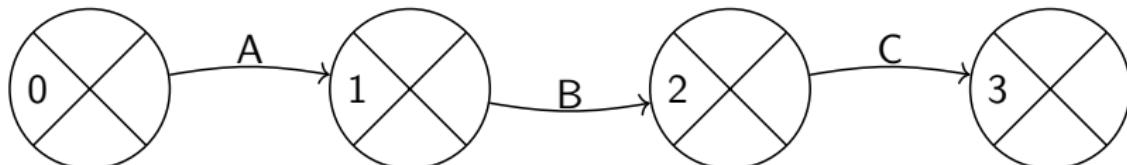


Remarque : un réseau PERT est :

- Non cyclique ;
- A une seule tâche entre deux étapes ;
- A une seule étape initiale : c'est l'étape qui n'a aucune tâche entrante ;
- A une seule étape finale : c'est l'étape qui n'a aucune tâche sortante ;

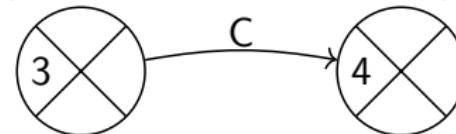
Conventions

- Des tâches **consécutives** sont des tâches qui se suivent.
- Des tâches **antérieures** sont des tâches qui, par rapport à une autre, doivent être réalisées avant.
- Les antériorités immédiates sont appelées **antécédentes**.
 - A et B sont antériorités de C
 - B est antécédente de C.

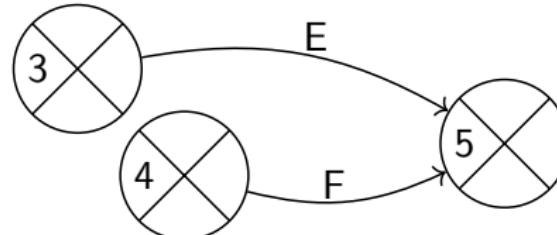


Conventions

- 1 **1^{ère} Convention**: toute tache a une étape début pour origine et une étape fin pour extrémité. **Exemple** : La tâche C commence à l'étape 3 et se termine à l'étape 4.



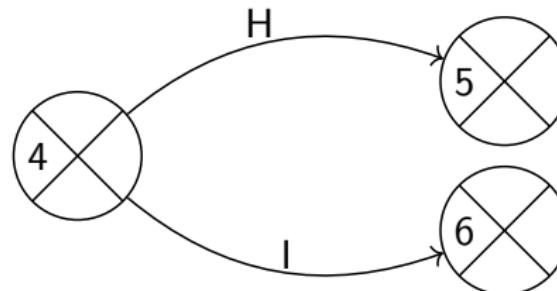
- 2 **2^{ème} Convention** : une étape ne peut être atteinte que lorsque les taches qui la précédent sont toutes terminées. **Exemple** : L'étape 5 ne sera atteinte que lorsque les tâches E et F seront terminées.



Conventions

3 **3^{ème} Convention**: Aucune tâche ne peut commencer tant que l'étape située à son origine n'est pas atteinte.

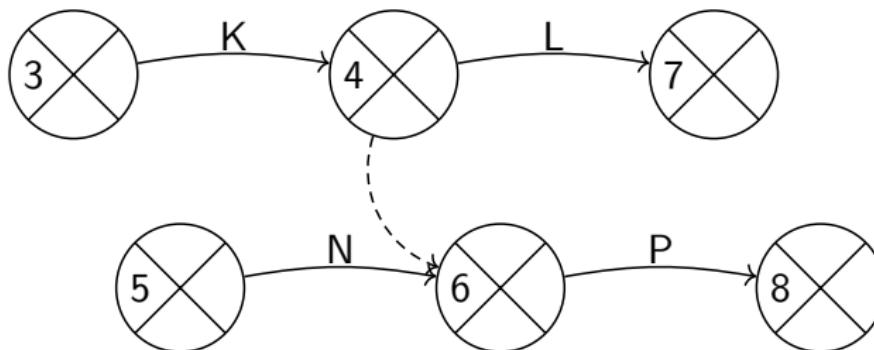
Exemple : Les tâches H et I ne pourront commencer que lorsque l'étape 4 sera atteinte.



Conventions

- 4 **4^{ème} Convention**: l'étape située à l'extrême fin d'une fictive ne peut être atteinte qu'après l'étape située à son origine.
- Exemple :**

- L'étape 6 ne peut être atteinte que : lorsque l'étape 4 est atteinte, et lorsque la tâche N est terminée.
- Lecture : La tâche L a pour antécédente K. La tâche P a pour antécédente N et K.



Conventions

Exercices

■ **Exercice 01**:

- A a pour antériorité B.
- B a pour antériorité Z.

■ **Exercice 02**:

- La tâche B a pour antériorités A et Z.

■ **Exercice 03**:

- Les tâches K et A ont pour antériorités L et B.

■ **Exercice 04**:

- La tâche Z a pour antériorités A et B.
- La tâche L a pour antériorité B.

■ **Exercice 05**:

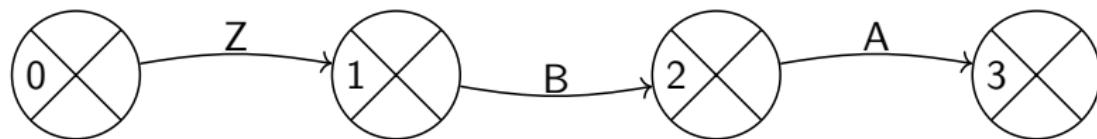
- La tâche Z a pour antériorité A.
- La tâche L a pour antériorités A et B.

Conventions

Exercices

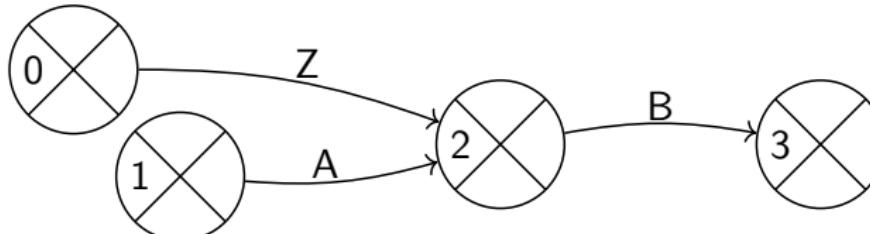
1 Exercice 01:

- A a pour antériorité B.
- B a pour antériorité Z.



2 Exercice 02:

- La tâche B a pour antériorités A et Z.

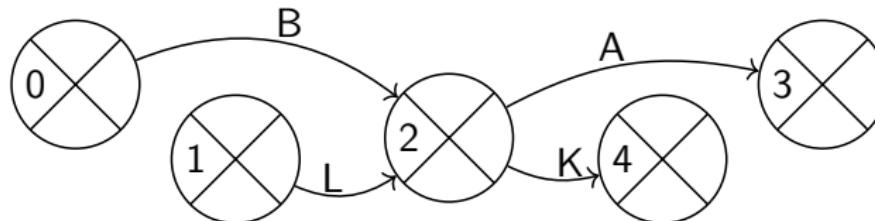


Conventions

Exercices

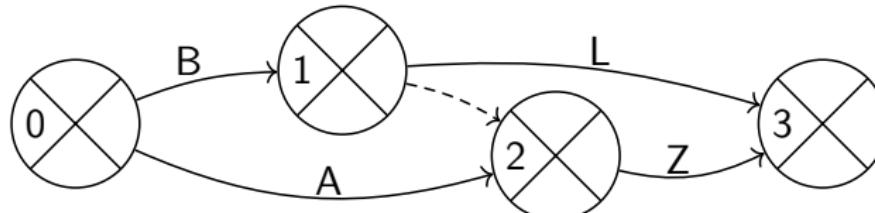
3 Exercice 03:

- Les tâches K et A ont pour antériorités L et B.



4 Exercice 04:

- La tâche Z a pour antériorités A et B.
- La tâche L a pour antériorité B.

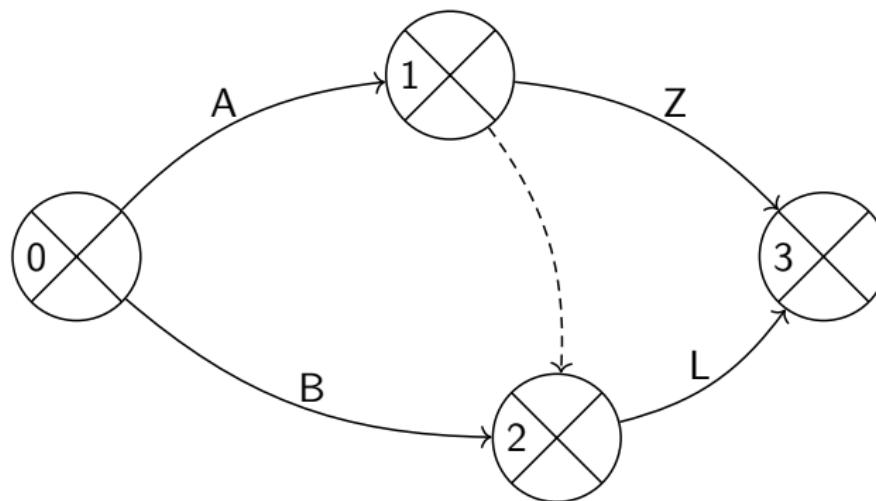


Conventions

Exercices

5 Exercice 05a:

- La tâche Z a pour antériorité A.
- La tâche L a pour antériorités A et B.



Rangs ou Niveaux

- **Sont de RANG 1** : Les tâches qui n'ont pas de tâches antérieures.
- **Sont de RANG 2** : Les tâches qui ont pour antécéduentes les tâches de rang 1.
- **Sont de RANG 3**: Les tâches qui ont pour antécéduentes les tâches : de rang 2.
- La même logique est à appliquer jusqu'aux dernières tâches.
-
- **Cas particulier** : Lorsqu'une tâche a **plusieurs antécéduentes**, on prend la tâche de **rang le plus élevé**.

Rangs ou Niveaux

Exercices

1 Exercice n°1 : Classer les tâches dans leurs différents rangs.

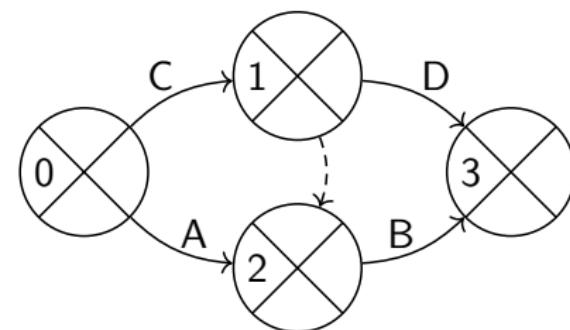
Antériorités	Opération	Rang
Rien	A	1
A C	B	2

Rien	C	1
C	D	2

Rang 01 Rang 02

AC

BD



Rangs ou Niveaux

Exercices

2 Exercice n°2 : Classer les tâches dans leurs différents rangs.

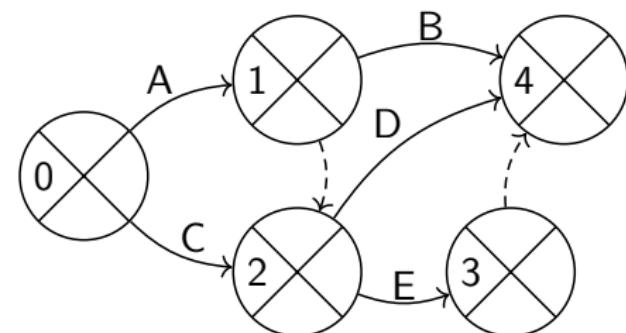
Antériorités	Opération	Rang
Rien	A	1
A	B	2
Rien	C	1
A C	D	2
A C	E	2

Rang 01

AC

Rang 02

BDE



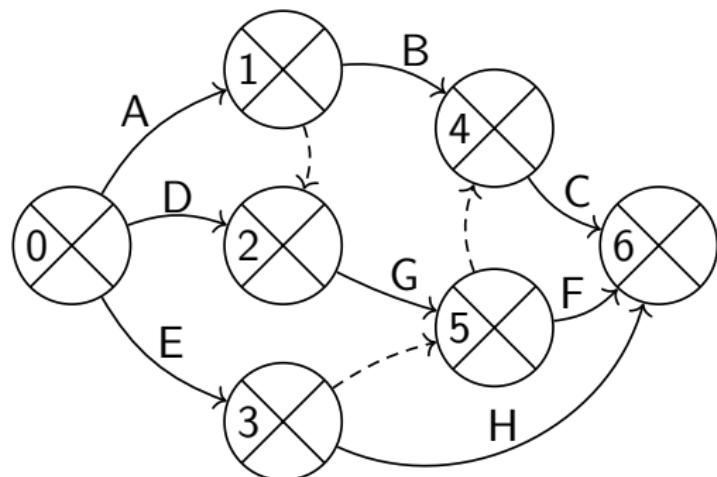
Rangs ou Niveaux

Exercices

3 Exercice n°3 : Classer les tâches dans leurs différents rangs.

Antériorités	Opération	Rang
Rien	A	1
A	B	2
B E G	C	3
Rien	D	1
Rien	E	1
E G	F	3
A D	G	2
E	H	2

Rang 01	Rang 02	Rang 03
ADE	BHG	CF



Rangs ou Niveaux

Exercices

4 Exercice n°4 :

- Déterminer les niveaux des différentes tâches.
- Tracer le réseau P.E.R.T.
- Calculer les dates au plus tôt, les dates au plus tard.
- Mettre en évidence le chemin critique

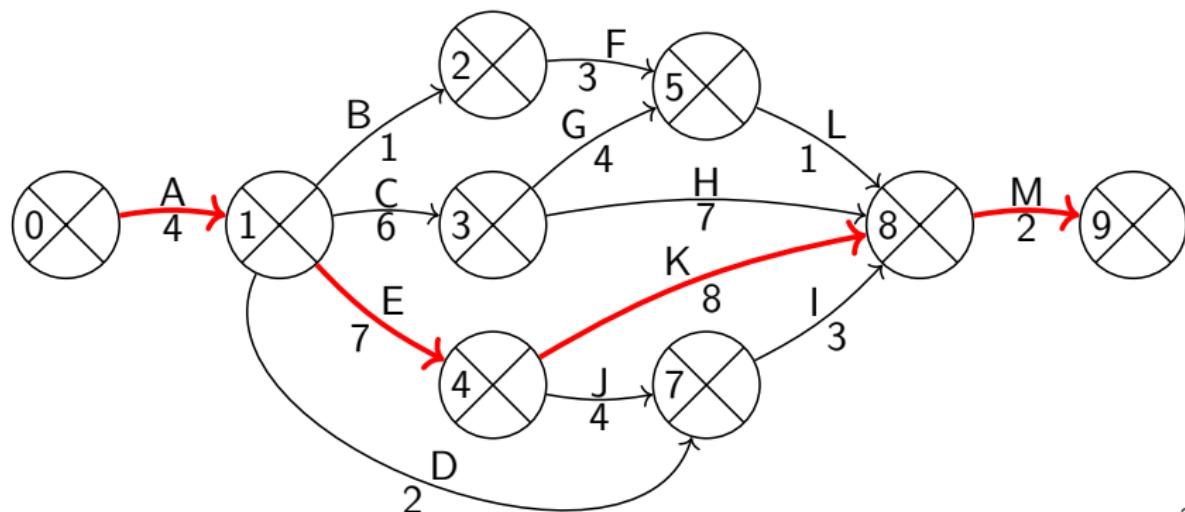
Opération	Taches	Durée	Antériorités	Rang
A	X	4	Rien	1
B	X	1	A	2
C	X	6	A	2
D	X	2	A	2
E	X	7	A	2
F	X	3	B	3
G	X	4	C	3
H	X	7	C	3
I	X	3	DJ	4
J	X	4	E	3
K	X	8	E	3
L	X	1	FG	4
M	X	2	HIKL	5

Rangs ou Niveaux

Exercices

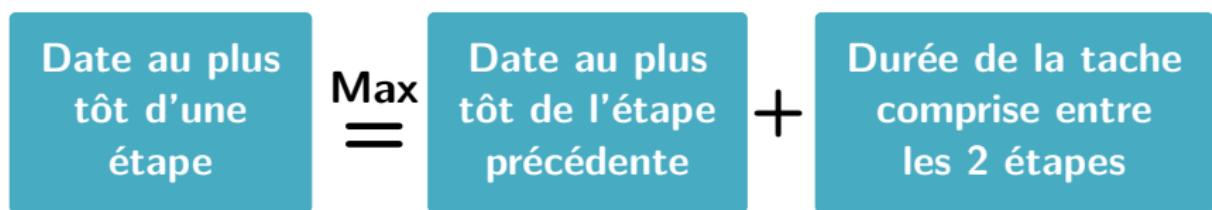
Observations : calcul des dates au plus tard avec détermination du chemin critique.

<u>Rang 01</u>	<u>Rang 02</u>	<u>Rang 03</u>	<u>Rang 04</u>	<u>Rang 05</u>
A	BCDE	FGHJK	IL	M



Calcul des dates

Calcul des dates au plus tôt



- Au dessous, à gauche du symbole de chaque étape, porter la date au plus tôt de l'étape ; c'est la date à laquelle l'étape peut être atteinte au plus tôt.
- On procède dans l'ordre croissant des étapes.
- Quand il y a plusieurs tâches convergentes, on ne retient que la valeur la plus grande.
- La date de la dernière étape représente le temps normal dexécution.

Calcul des dates

Calcul des dates au plus tard

$$\text{Date au plus tard d'une étape} = \text{Min} \left[\begin{array}{l} \text{Date au plus tard de l'étape suivante} \\ - \text{Durée de la tache comprise entre les 2 étapes} \end{array} \right]$$

- Au dessous, à droite du symbole de chaque étape, porter la date au plus tard de l'étape ; c'est la date à laquelle l'étape peut être atteinte au plus tard.
- On procède dans l'ordre décroissant des étapes.
- Quand il y a plusieurs dates au plus tard à une étape, on ne retient que la valeur la plus petite.
- A l'étape 0 la date au plus tard doit être 0.
- **NB** : Toujours la date au plus tôt la date au plus tard.

Calculs des marges

- 1 **La marge totale** : C'est le retard maximum que peut prendre une tâche sans porter atteinte au plus tard de la tâche suivante (donc sans retarder la fin des travaux). C'est la différence entre la date au plus tard et la date au plus tôt.

$$\begin{aligned} \text{MT}(t) &= Dd+td(t) - Dd+tt(t) \\ &= Df+td(t) - Df+tt(t) \end{aligned}$$

- 2 **La marge libre** : C'est le retard maximum que peut prendre une tâche sans porter atteinte au plus tôt de la tâche suivante.

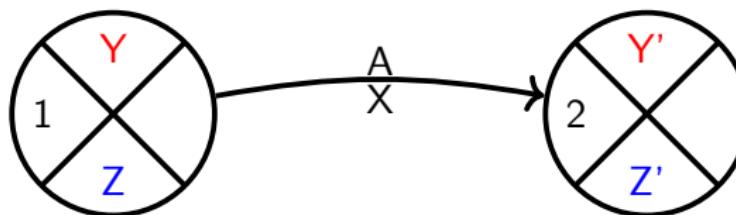
$$\text{ML}(t) = Dd+tt(t+1) - Dd+tt(t) - D(t)$$

NB : Toujours la marge libre > la marge totale.

Calculs des marges

■ Résumé :

Afin de faciliter le calcul de différents paramètres de réseau PERT (dates ou marges), on peut utiliser la figure suivante :



- La marge totale(A) = $Z' - (X + Y)$
- La marge libre (A) = $Y' - (X + Y)$
- La date au plus tôt(2) = $Y' = X + Y$
- La date au plus tard(1) = $Z = Z' - X$

Exploitation du réseau

- On peut remarquer que certaines étapes présentent des dates au plus tôt **différentes** des dates au plus tard, cela traduit une **marge** qui autorise une certaine souplesse dans la réalisation des tâches.
- **Exemple :** (de l'exemple suivant)
 - L'étape 5 sera atteinte au plus tôt 10 jours après le début du projet, mais pourrait être atteinte au plus tard 25 jours après le début du projet.
 - Quand la date au plus tôt est **identique** à la date au plus tard, la marge (totale) est **nulle** et on dit que l'étape est **critique**.

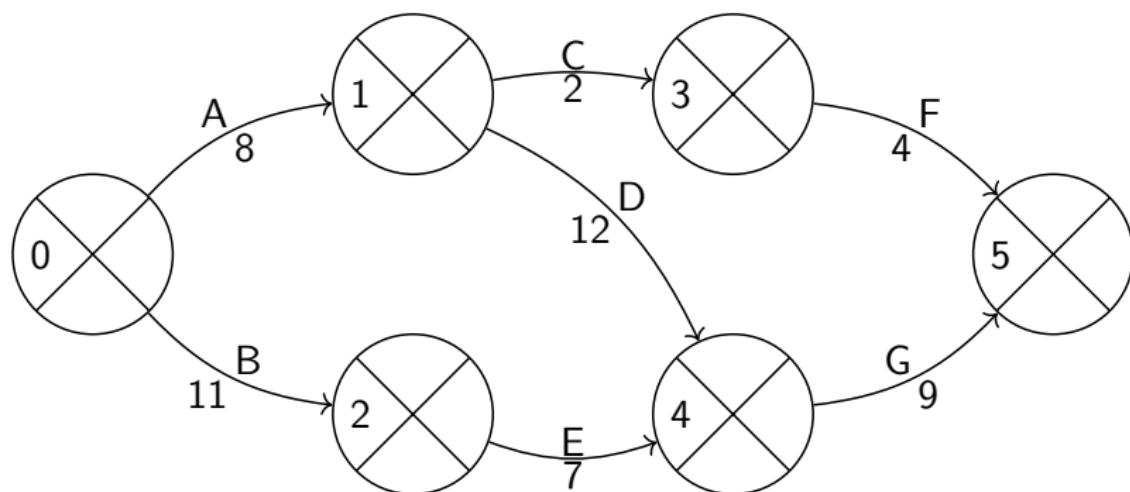
Exploitation du réseau

- **Le chemin critique** devra être tracé de l'étape initiale jusqu'à l'étape finale du projet, en reliant les étapes critiques → Il est formé par les tâches critiques.
- Une **tâche** est dite **critique** si sa marge totale est **NULLE** alors que une **étape** est dite **critique** si sa date au plus tôt égale à sa date au plus tard.
- Pour un même projet, il peut y avoir plusieurs chemins critiques.
- **Par Convention** : on représente le chemin critique par une **flèche orientée rouge** barrée de 2 traits.

Exemple de calcul

■ Questions :

- Calculer les dates au plus tôt et les dates au plus tard.
- Calculer les marges totales et les marges libres.
- Mettre en évidence le chemin critique.



Exemple de calcul

TABLE – Calcul des dates au plus tôt et des dates au plus tard.

Etape	Date au plus tôt (jours) Le calcul part de l'origine, étape initiale, au temps 0 jours vers l'étape finale	Date au plus tard (jours) Le calcul part de l'étape finale et remonte vers l'étape initiale
0	0	$\text{Min}(8 - 8 = 0, 13 - 11 = 2) = 0$
1	$0 + 8 = 8$	$\text{Min}(2012 - 8, 25 - 2 = 23) = 8$
2	$0 + 11 = 11$	$20 - 7 = 13$
3	$8 + 2 = 10$	$29 - 4 = 25$
4	$\text{Max}(8+12 = 20, 11+ = 18) = 20$	$29 - 9 = 20$
5	$\text{Max}(20+9=29, 10+4=14)= 29$	29

Exemple de calcul

TABLE – Calcul des marges totales et des marges libres.

Tâche	Marge totale	Marge libre
A	$8 \ (8 + 0) = 0$	$8 \ (8 + 0) = 0$
B	$13 \ (11 + 0) = 2$	$11 \ (11 + 0) = 0$
C	$25 \ (8 + 2) = 15$	$10 \ (8 + 2) = 0$
D	$20 \ (12 + 8) = 0$	$20 \ (12 + 8) = 0$
E	$20 \ (7 + 11) = 2$	$20 \ (7 + 11) = 2$
F	$29 \ (4 + 10) = 15$	$29 \ (4 + 10) = 15$
G	$29 \ (9 + 20) = 0$	$29 \ (9 + 20) = 0$

Exemple de calcul

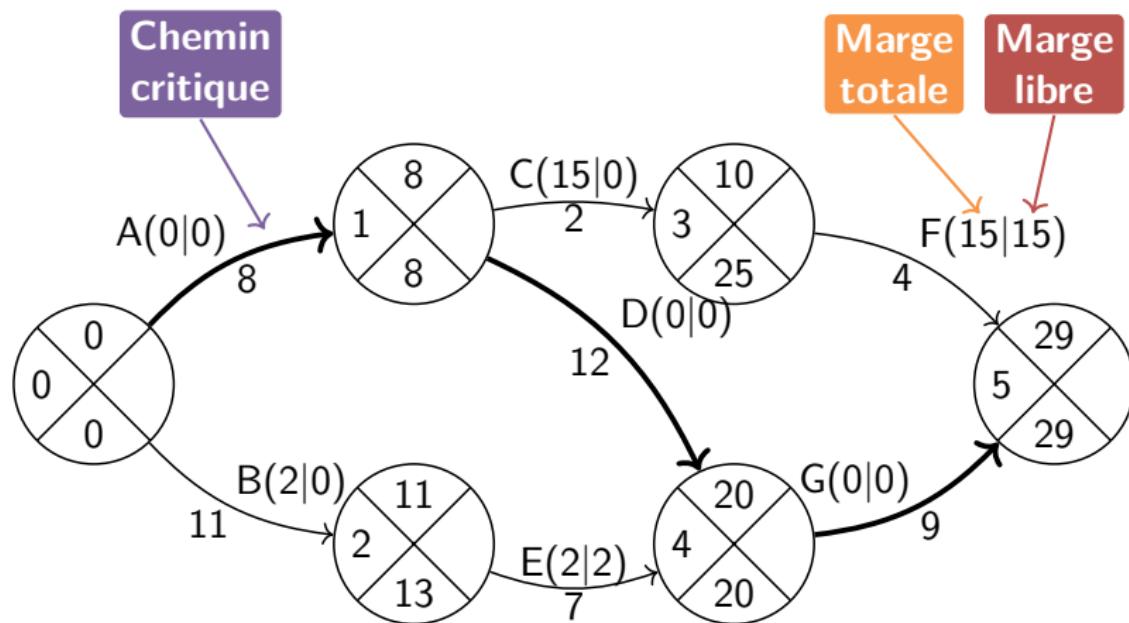


FIGURE – Le réseau PERT.