

**Université Ferhat Abbas- Sétif 1**  
**Faculté Des Sciences**  
**Département De Physique**



# **Cours de Magnétotellurique – Master 2**

---

**Physique du Globe**

**Réalisé par :  
Dr. Foudili Djabir  
2021/2022**



## Sommaire

<b>Chapitre 1: Théorie de la magnétotellurique .....</b>	<b>4</b>
1.2 Description des sources magnétotelluriques.....	4
1.3 Propriétés électriques des matériaux de la terre : .....	8
1.3.1 Conductivité électrique .....	8
1.3.2 Mécanismes de transport des charges électriques.....	10
1.4 Hypothèses simplificatrices de la méthode MT .....	13
1.5 Equations de Maxwell .....	15
1.6 Les fonctions de transfert magnétotellurique .....	19
1.6.1 Tenseur d'impédance .....	19
1.6.2 Fonction de transfert géomagnétique .....	19
1.7 Dimensionnalité.....	20
1.8 Problèmes de distorsion.....	22
<b>Chapitre 2: Acquisition et traitement des données MT.....</b>	<b>25</b>
2.1 Acquisition des données MT .....	25
<b>2.2 Traitement des données MT .....</b>	<b>28</b>
<b>Chapitre 3: Analyse des données MT.....</b>	<b>30</b>
<b>3.1 Méthode de Bahr .....</b>	<b>30</b>
3.2 Méthode du tenseur de phase .....	34

# Chapitre 1: Théorie de la magnétotellurique

La méthode MT est une technique électromagnétique (EM) à domaine fréquentiel (Cagniard, 1953; Tikhonov, 1950), son principe repose sur l'étude de la variation des champs électromagnétiques induits dans le sous-sol. En effet, deux champs sont nécessaires à l'enregistrement à la surface de la terre pour l'acquisition des données MT, en l'occurrence, le champ électrique et le champ magnétique qui sont associés à des courants telluriques induits dans le sous-sol. La méthode MT est basée sur les équations fondamentales de la théorie EM (Equations de Maxwell).

Depuis les années 1980, l'utilisation de la méthode MT ne cesse de se répandre rapidement dans les universités et l'industrie. Cette expansion rapide et l'engouement pour cette technique, en particulier au cours de la dernière décennie, s'expliquent par :

- (i) Les améliorations significatives en matière de collecte, de traitement, de modélisation (de 1-D à 3-D) et de l'interprétation.
- (ii) La capacité des données MT de fournir des informations complémentaires à celles dérivées de l'exploration sismique. Par exemple, la propagation du signal MT peut être un avantage dans une région de fracturation intense. Etant donné que dans ce cas, les signaux sismiques seront dispersés, alors que les signaux MT diffusent et donnent une estimation fiable des propriétés globales telles que la porosité (Unsworth, 2005).

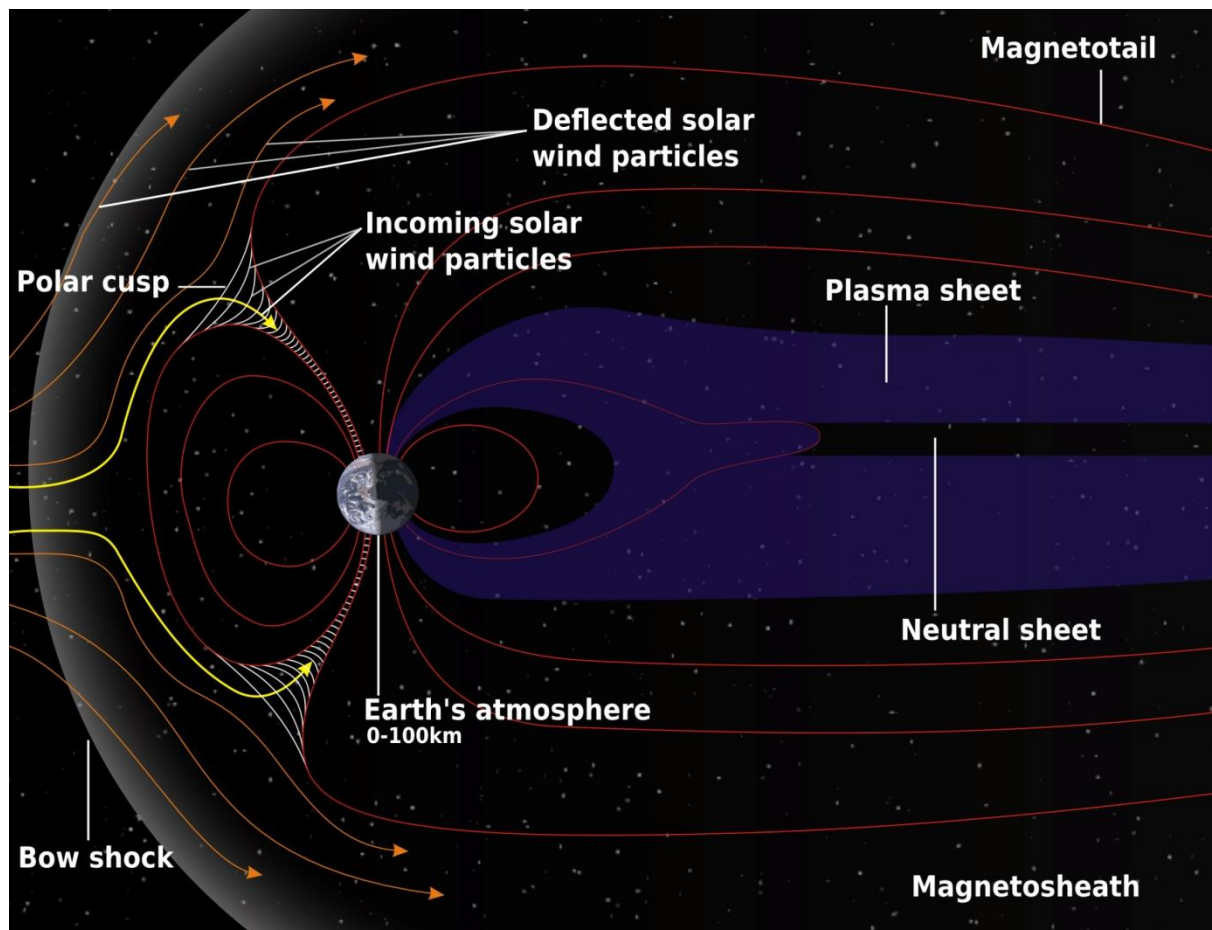
## 1.2 Description des sources magnétotelluriques

On peut distinguer, selon leur origine, deux catégories de champs électromagnétiques : les champs électromagnétiques primaires qui ont une origine externe à la terre et les champs secondaires qui ont pour origine l'intérieur de la terre.

Dans les études magnétotelluriques, le champ primaire se produit depuis la source à des périodes comprises entre  $10^{-4}$  s ( $10^4$  Hz) à  $10^5$  s ( $10^{-5}$  Hz) (Simpson and Bahr, 2005). Habituellement, il existe deux régions de sources électromagnétiques importantes pour cette gamme de fréquences : (i) à des fréquences supérieures à 1 Hz, les ondes électromagnétiques sont produites par la décharge des éclairs atmosphériques, et (ii) à des fréquences inférieures à 1 Hz, les ondes électromagnétiques sont générées par les interactions entre les vents solaires et le champ magnétique terrestre. La zone de transition entre les éclairs atmosphériques et les vents solaires donne lieu à une région de signaux à des fréquences de  $\sim 1$  Hz. Cette interaction

entre les deux sources entraîne une réduction de la qualité des données et est connue sous le nom de bande morte (Simpson and Bahr, 2005).

Les éclairs atmosphériques et les vents solaires sont utilisés comme des sources des champs primaires pour explorer l'intérieur de la Terre par la technique MT (Cagniard, 1953).



**Figure 1. 1:** Forme typique de la magnétosphère (Mandolesi, 2013).

## La magnétosphère :

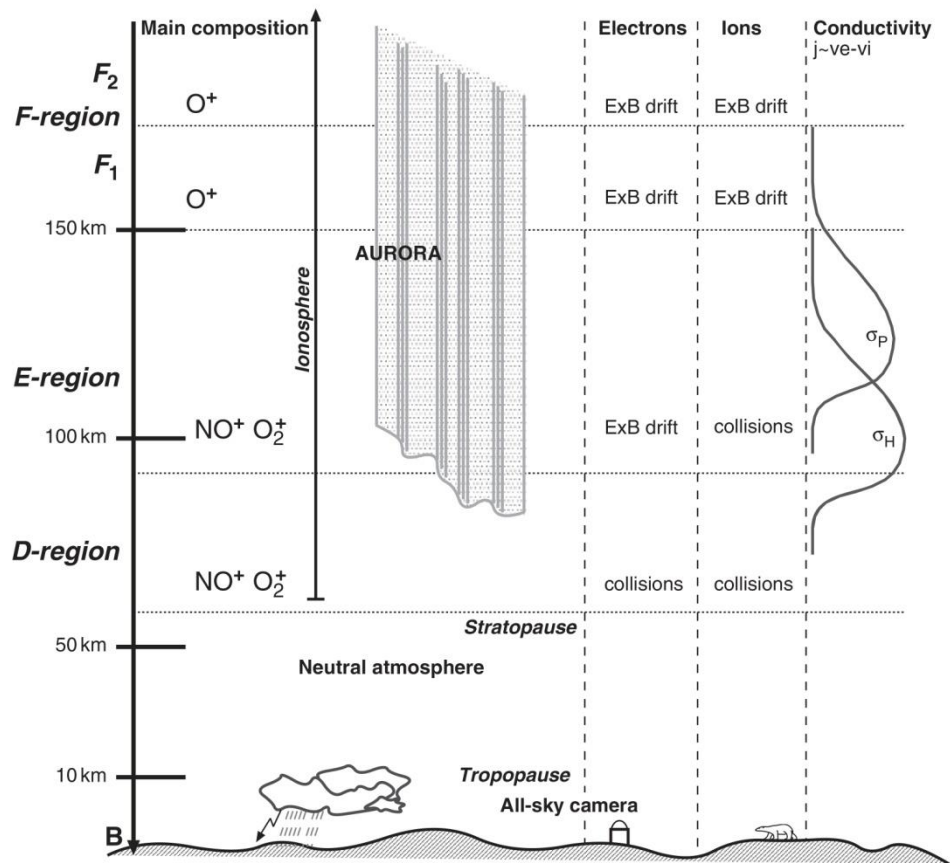
Le vent solaire est un plasma qui s'éloigne du soleil à environ 400 km / s avec un petit champ magnétique. Le vent solaire modifie la forme du champ magnétique autour de la Terre, d'autre part l'écoulement du vent solaire est dévié par l'obstacle que constitue le champ magnétique terrestre. La magnétosphère est la région de l'espace créée par le champ magnétique terrestre dans le vent solaire (voir Figure 1.1). Elle comprend l'ionosphère et l'atmosphère. L'ionosphère, la région de conductivité relativement élevée qui s'étend entre 50 km à 1 000 km au-dessus de la surface de la terre, le rayonnement solaire ultraviolet est la principale cause de l'ionisation. Au-dessous de l'ionosphère, l'ionisation est négligeable, et au-dessus la densité des particules ionisées et neutres est très faible. Elle est divisée en plusieurs régions désignées par les lettres D, E et F (dans l'ordre d'élévation croissante) et la dernière région est subdivisée en F1 et F2 (dans l'ordre de densité électronique croissante) (voir Figure 1.2). Il existe quatre types de conductivités électriques définies dans l'ionosphère : les conductivités directes, Pedersen, Hall et Cowling.

## Sources dans l'atmosphère – Les éclairs atmosphériques :

Les éclairs atmosphériques (activité météorologique) sont des sources principales. Le signal EM émis par les éclairs connu sous le nom de « Sferics », représente le signal MT de haute fréquence. La fréquence des éclairs dans le monde varie entre 100 et 1000 éclairs par seconde. Les Sferics ayant des origines dans les régions équatoriales se propagent dans le monde entier dans un guide d'onde délimité par l'ionosphère et la surface de la Terre (Garcia and Jones, 2002a; Simpson and Bahr, 2005).

L'activité lointaine des éclairs peut être classée en deux bandes de fréquences allant de 7,8 Hz à 1 kHz et de 5 kHz à 30 kHz. La gamme de fréquences de 1 à 5 kHz caractérise la bande morte AMT, dans laquelle une atténuation importante de l'amplitude du signal est causée par ces fluctuations temporelles (Garcia and Jones, 2002a).

La cavité Terre-Ionosphère permet des résonances électromagnétiques appelées résonances de Schumann principalement excitées par les éclairs atmosphériques. Le mode fondamental de la résonance de Schumann correspond à 7,8 Hz (Garcia and Jones, 2002a). Le mode fondamental de la résonance de Schumann et ses multiples appartiennent à la bande de fréquences extrêmement basses (ELF)



**Figure 1. 2:** Régions et principaux constituants ioniques de l'ionosphère (Chave and Jones, 2012).

du spectre EM de la Terre et produisent des pics importants dans les réponses ELF (Le Pape, 2013).

Les Sferics sont absorbés dans la couche D qui disparaît pendant la nuit. De plus, l'activité de la foudre varie de l'été à l'hiver dans chaque hémisphère. En raison de la présence d'activités importantes de foudre et de la moindre atténuation du champ électrique atmosphérique, les enregistrements des données AMT doivent être effectués pendant la nuit et les mois d'été afin d'obtenir des données AMT de haute qualité.

## 1.3 Propriétés électriques des matériaux de la terre :

### 1.3.1 Conductivité électrique

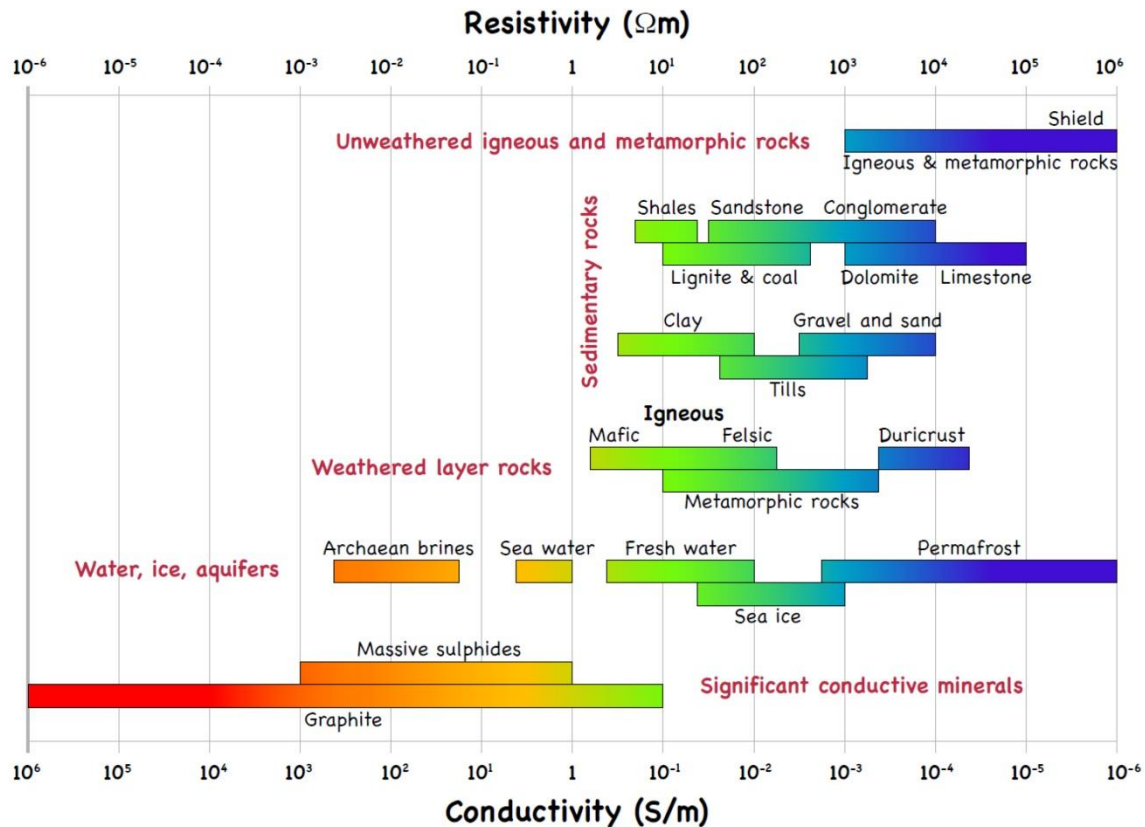
La conductivité électrique est la mesure de la capacité d'un matériau de conduire le courant électrique. La conductivité électrique, ou son inverse la résistivité, d'une roche nous renseigne sur sa composition et sa structure. L'unité SI de la conductivité électrique est Siemens/mètre (S/m) et celle de la résistivité électrique est Ohm-mètre ( $\Omega \cdot m$ ) (voir Figure 1.3). La résistivité électrique d'un minéral pur dépend de deux facteurs : (1) la densité des porteurs de charge, typiquement des électrons et des ions et de (2) la facilité avec laquelle ces porteurs de charge peuvent se déplacer dans le minéral (mobilité). Un exemple extrême est le cuivre (Cu), qui a une densité de charge très élevée. Les porteurs (électrons) faiblement attachés aux atomes dans un réseau, se déplacent très facilement, ce qui conduit à une conductivité très élevée (faible résistivité  $\rho = 10^{-10}$ ). En revanche, pour le diamant, les électrons du carbone sont trop rigidement attachés au cristal pour transporter le courant électrique. Cela rend la résistivité électrique du diamant très élevée, typiquement supérieure à  $10^{10} \Omega \cdot m$ . Il existe quatre processus différents de transport des charges électriques dans les roches et les minéraux, qui sont présentés dans la section suivante.

Il est important de noter que la conductivité est un paramètre physique qui est limité par sa nature physique. Etant donné que la conductivité est définie par la loi d'Ohm :

$$\vec{J} = \hat{\sigma} \vec{E} \quad (1.1)$$

$\vec{J}$  est la densité de courant électrique totale ( $A \cdot m^{-2}$ ),  $\sigma$  est la conductivité du milieu ( $S \cdot m^{-1}$ ) et  $\vec{E}$  est le champ électrique ( $V \cdot m^{-1}$ ). Il est important de garder à l'esprit que  $J$  dans l'Equation (1.1) dépend de la pression et de la température, car  $\hat{\sigma}$  est fonction de l'état physique. Les conditions de l'environnement sont donc essentielles pour définir la conductivité  $\hat{\sigma}$ .

Ces deux types d'informations, en l'occurrence les propriétés des matériaux et mécanismes de conduction, peuvent être rassemblés pour donner une idée claire de la valeur de la conductivité  $\hat{\sigma}$  dans les différentes couches et dans les différents matériaux (Mandolesi, 2013).



**Figure 1. 3:** Gammas de conductivité électrique/résistivité pour plusieurs matériaux terrestres importants (d'après Miensopust (2010)). Les couleurs rouges indiquent un matériau conducteur, tandis que les couleurs bleues indiquent un matériau résistif.

### 1.3.2 Mécanismes de transport des charges électriques

#### Conduction électrolytique :

Dans la croûte supérieure, la plupart des roches présentent une structure poreuse et fissurée partiellement ou totalement remplie d'électrolytes fluides. La conduction électrolytique est le mécanisme dominant de transport des charges électriques dans ces roches. La conduction électrolytique, également appelée conduction ionique, se produit lorsque les ions sous l'influence d'un champ électrique  $\vec{E}$  sont libres de se déplacer dans un liquide (plus rarement dans un solide).

La conduction électrolytique dans les roches saturées en fluide est liée aux propriétés globales et à la disposition géométrique des constituants (porosité, perméabilité, tortuosité, orientation des fissures, ...) ainsi qu'aux interactions minéral/fluide (Nover, 2005). Ces dernières sont principalement caractérisées par la formation de la double couche électrochimique (DL) (voir Figure 1.4). Le DL électrochimique est le résultat d'interactions fluide-solide, cette couche peut être associée à une conductivité de surface  $\sigma_s$  provoquée par la polarisation d'ions ou d'ions hydratés à la surface interne du système de pores. Cette couche est particulièrement importante pour les propriétés électriques des roches argileuses et des roches serrées (par exemple, les formations de schiste) ou dans les roches peu poreuses et peu perméables. Les effets interfaciaux dépendent de la chimie de l'électrolyte des pores, tels que la concentration ionique, les espèces ioniques et les charges de surface des minéraux formant la roche, qui interagissent avec le fluide interstitiel (Revil et al., 1996; Ruffet et al., 1995).

Concernant la conductivité en courant continu, Archie (1942) a proposé une équation empirique liant la conductivité de la roche  $\sigma_r$  (principalement constituée de grès) à la conductivité d'un fluide  $\sigma_f$  saturant les pores. Les roches étant supposées présenter une porosité intergranulaire, aucune perturbation due à la présence de minéraux réactifs tels que l'argile n'a été prise en compte. Le rapport de  $\sigma$  sur  $\sigma_s$  est appelé facteur de formation F.

La roche peut être considérée comme un système à trois composantes, donc, la conductivité totale de la roche peut être caractérisée par la somme de trois conductivités différentes : (Kiyan, 2015)

$$\sigma_{bulk} = \sigma_f + \sigma_m + \sigma_s \quad (1.2)$$

Où  $\sigma_f$  est la conductivité électrolytique,  $\sigma_m$  est la conductivité matricielle des minéraux formant la roche et  $\sigma_s$  est la conductivité superficielle causée par la polarisation des ions ou des ions hydratés à la surface interne du système de pores.

### **Conduction électronique :**

Les phases hautement conductrices, telles que le graphite, peuvent augmenter la conductivité électrique dans la matrice rocheuse si elles forment un réseau interconnecté. La conduction électronique obéit simplement à la loi d'Ohm. La conductivité des roches dépend du degré d'interconnexion et de la conductance des phases conductrices (Nover, 2005). Le graphite est généralement le plus important élément qui augmente la conductivité par conduction électronique. Particulièrement, les conductivités élevées dans les zones de cisaillement de la croûte terrestre pourraient être interprétées par la présence probable du graphite et peut également présenter une anisotropie électrique, en fonction de la direction de cisaillement.

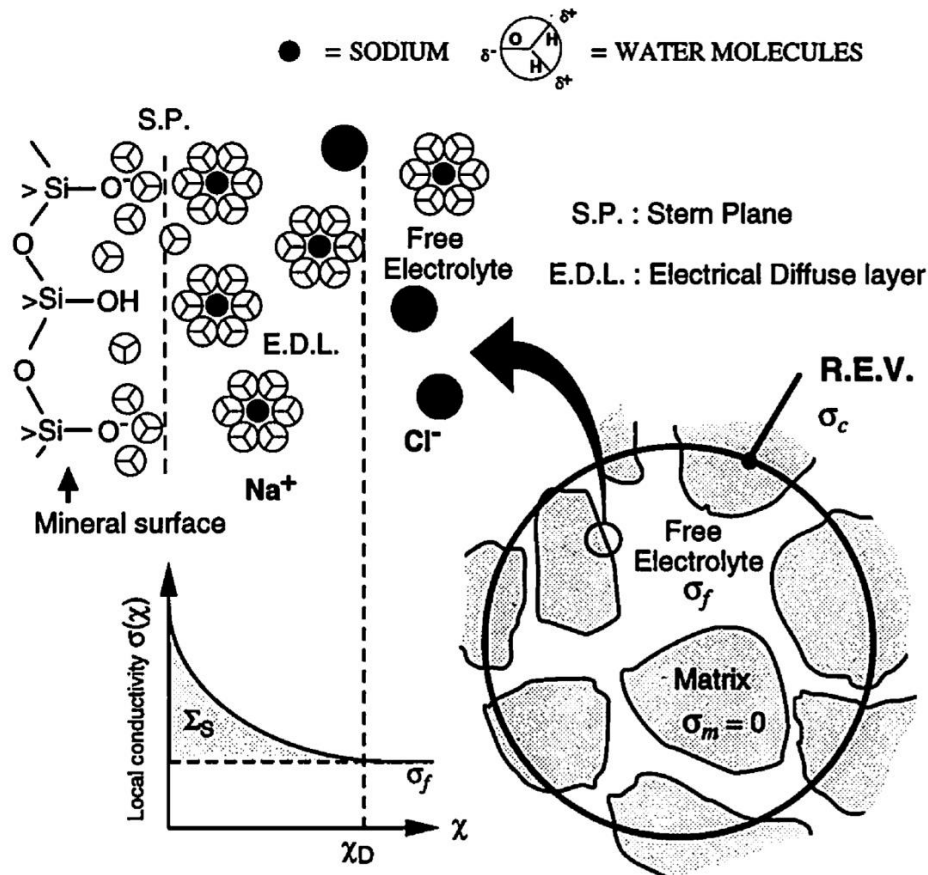
### **Semi-Conduction :**

La semi-conduction induite à des conditions de haute température et de pression est le mécanisme de transport dominant dans la croûte inférieure et dans le manteau supérieur. À la température ambiante, la plupart des minéraux qui forment la roche sont de mauvais conducteurs et la conductivité électrique de ces roches est donc faible. Cependant, avec l'augmentation de la température, la mobilité des défauts des réseaux et des impuretés (par exemple, l'hydrogène et le fer ferrique) sera améliorée, et ainsi une semi-conduction aura lieu. La conductivité d'un minéral pur dépend à la fois de la densité des porteurs de charge et de la mobilité de ceux-ci (Kiyan, 2015).

### **Fusion partielle :**

Le transport de charge lié à la fusion partielle se produit dans la température élevée ou à une plus grande profondeur dans le manteau terrestre, où les températures sont suffisamment élevées pour former une phase de fonte (Nover, 2005). La température à laquelle des fontes partielles peuvent se former dépend non seulement de la présence de phases minérales hydratées ou de la présence d'eau libre, mais également de la chimie des roches. On pense souvent que les masses partiellement fondues sont responsables des anomalies de conductivité

élevée observées dans la croûte inférieure et dans le manteau le plus élevé (par exemple, Le Pape et al. (2012; Türkoğlu et al. (2008)). Dans une roche partiellement fondue, la conductivité électrique de la phase de fusion est beaucoup plus élevée que celle de la roche solide environnante.



**Figure 1. 4:** Représentation schématique de la DL électrique sur une surface minérale (Revil et al., 1996). Le paramètre  $\sigma_c$  est la conductivité effective d'un volume élémentaire représentatif (REV), alors que  $\sigma_f$  et  $\sigma_m$  sont la conductivité de l'électrolyte libre et de la matrice. La conductivité perturbée dans la couche diffuse électrique peut être prise en compte par un paramètre de conductance spécifique  $\Sigma_s$ . (d'après Nover (2005))

## 1.4 Hypothèses simplificatrices de la méthode MT

Pour appliquer l'induction EM à la Terre, la théorie de la MT repose sur quelques hypothèses simplificatrices (modifié d'après Simpson and Bahr (2005)).

- I. Les équations de Maxwell sont valides. Les cas dans lesquels cette hypothèse est invalide sont inconnus.
- II. La Terre ne génère pas d'énergie électromagnétique, elle l'absorbe ou la dissipe.
- III. Tous les champs sont traités de manière conservatrice et analytique loin de leurs sources.
- IV. Les champs de source électromagnétique utilisés par la méthode MT peuvent être traités comme des ondes électromagnétiques uniformes, polarisées dans le plan, qui sont générées par une source relativement éloignée et ont un angle d'incidence presque vertical par rapport à la surface de la Terre. Ceci est communément appelé l'hypothèse d'ondes planes et peut être violé dans les régions polaires et équatoriales. Dans l'hypothèse d'onde plane, les champs électrique ( $\vec{E}$ ) et magnétique ( $\vec{B}$ ) sont définis comme suit :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad (1.3)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\omega t} \quad (1.4)$$

Où,  $\vec{E}_0$  et  $\vec{H}_0$  représentent l'amplitude des champs à l'origine.  $\omega$  : Fréquence angulaire (Hertz) telle que  $\omega = 2\pi f$  ( $s^{-1}$ ) où  $f$  est la fréquence de l'onde.

- V. Bien qu'une Terre stratifiée (1D) ne permette pas l'accumulation de charges libres, dans une Terre multidimensionnelle (2D ou 3D), des charges peuvent s'accumuler le long de discontinuités.
- VI. La Terre se comporte comme un conducteur ohmique, c.-à-d.,  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  et la charge est conservée  $\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial q}{\partial t} = 0$ , où  $q$  est la densité de charge.
- VII. Approximation quasi stationnaire pour le champ électrique : les courants de déplacement variant dans le temps ( $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ ) sont négligeables par rapport aux courants de conduction variant dans le temps pour la gamme de périodes comprise entre  $10^{-5}$  s et

$10^5$  s ; D est le courant de déplacement électrique ( $C.m^{-2}$ ). Cette approximation nous permet de traiter l'induction sur la terre comme un processus de diffusion.

VIII. Les variations éventuelles des permittivités électriques et des perméabilités magnétiques des roches sont négligeables par rapport aux variations de la conductivité globale des roches. Donc, une relation linéaire est supposée entre  $\vec{D}$  et  $\vec{E}$  et entre  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  et la permittivité électrique  $\epsilon_0$  et la perméabilité magnétique  $\mu_0$  :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} ; \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

Ici, B est la densité de flux magnétique ( $Wb.m^{-2}$ ), H est le champ magnétique (A / m)

$\mu$  : Perméabilité magnétique (H/m). Telle que :  $\mu = \mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$  H/m avec  $\mu_0$ :

Perméabilité dans le vide.

$\epsilon$  : Permittivité électrique (F/m). Telle que :  $\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  F/m avec  $\epsilon_0$ :

Permittivité dans le vide.

En supposant que la conductivité de la Terre ne change pas avec le temps sur un site donné, le tenseur d'impédance calculé à partir des champs EM devrait être indépendant du temps auquel les champs ont été enregistrés. De plus, l'hypothèse d'une onde plane n'est pas affectée par la courbure de la Terre pour des périodes inférieures à un jour (Srivastava, 1965). Cela signifie que la méthode MT peut s'appuyer sur un modèle terrestre plat où les champs EM sont exprimés en coordonnées cartésiennes (Le Pape, 2013).

Les champs électromagnétiques sur la Terre doivent non seulement obéir aux équations de Maxwell, mais également aux conditions appropriées à appliquer aux limites entre les régions homogènes impliquées dans le problème. Par conséquent, les conditions aux limites sont énumérées ci-dessous, étant donné deux régions, la région 1 et la région 2 :

❖ La composante normale  $B_n$  de l'induction magnétique est continue sur une interface séparant la région 1 et la région 2, à savoir :

$$n \times (B_2 - B_1) = 0 \quad (1.5)$$

❖ En raison de l'accumulation de la densité de charge en surface S, la composante normale  $D_n$  du courant de déplacement, est discontinue sur une interface séparant les deux régions, c.-à-d :

$$n \times (D_2 - D_1) = \rho_s \quad (1.6)$$

❖ La composante normale  $J_n$  de la densité de courant est continue sur une interface séparant les milieux 1 et 2, c'est-à-dire :

$$n \times (J_2 - J_1) = 0 \quad (1.7)$$

- ❖ La composante tangentielle  $E_t$  du champ électrique  $E$  est continue sur une interface séparant les milieux 1 et 2, à savoir :

$$n \times (E_{t2} - E_{t1}) = 0 \quad (1.8)$$

- ❖ La composante tangentielle  $H_t$  du champ magnétique  $H$  est continue sur une interface séparant les milieux 1 et 2 s'il n'y a pas de courant de surface, c'est-à-dire :

$$n \times (H_{t2} - H_{t1}) = 0 \quad (1.9)$$

## 1.5 Equations de Maxwell

La propagation et l'atténuation des champs électromagnétiques (EM) sont décrites par les quatre équations de Maxwell. Ces équations décrivent la relation entre les champs électriques et magnétiques variant dans le temps. Les deux premières équations de Maxwell

- ❖ Loi de Faraday:  $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.10)$

- ❖ Loi d'Ampère:  $\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + J \quad (1.11)$

Deux autres équations de Maxwell peuvent être dérivées à partir des Equations (1.10) et (1.11) comme suit :

- ❖ Loi de Gauss pour le champ magnétique : en prenant la divergence ( $\nabla \cdot$ ) de l'Equation (1.10) et en utilisant l'identité vectorielle ( $\nabla \cdot \nabla \times A = 0$ ) pour tout champ des vecteurs  $A$  :

$$\nabla \cdot \nabla \times E = -\nabla \cdot \frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot B) = 0 \rightarrow \nabla \cdot B = 0 \quad (1.12)$$

L'équation (1.12) indique qu'il n'existe pas de monopôles magnétiques (loi de Gauss pour le magnétisme).

- ❖ Loi de Gauss pour le champ électrique : de même, en prenant la divergence de l'Equation (1.11) on obtient :

$$\nabla \cdot \nabla \times H = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot D) + \nabla \cdot J = 0 \rightarrow \nabla \cdot J = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot D) \quad (1.13)$$

Nous savons que la divergence de la densité de courant est équivalente au taux d'accumulation de la densité de charge  $q$ , de l'Equation (1.13) on obtient donc :

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot D) \rightarrow \nabla \cdot D = q \quad (1.14)$$

Les équations de Maxwell décrivent le comportement des champs électriques et magnétiques et leur interaction à n'importe quelle fréquence dans la terre. Compte tenu de toutes les hypothèses de la méthode MT, les équations de Maxwell peuvent être écrites dans le domaine fréquentiel comme suit :

$$\diamond \nabla \cdot E = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad (1.15)$$

$$\diamond \nabla \cdot H = 0 \quad (1.16)$$

$$\diamond \nabla \times E = -i\omega\mu_0 H \quad (1.17)$$

$$\diamond \nabla \times H = \sigma E \quad (1.18)$$

La signification physique de l'hypothèse V peut s'expliquer comme suit : En prenant la divergence la loi d'Ohm

$$\nabla \cdot J = \nabla \cdot (\sigma E) = \sigma \nabla \cdot E + (\nabla \sigma) \cdot E = 0 \quad (1.19)$$

combiné avec l'Equation (3.15), ce qui donne l'expression :

$$q = -\varepsilon_0 (\nabla \sigma) \cdot E / \sigma \quad (1.20)$$

L'équation (1.20) indique qu'un contraste de conductivité entre deux milieux adjacents avec  $\sigma_0$  et  $\sigma_1$  provoque une accumulation des charges à l'interface entre eux afin de garantir la continuité des courants.

Pour dériver les équations de diffusion en termes des champs électriques et magnétiques, il faut prendre respectivement les rotations des Equations (1.10) et (1.11). Nous pouvons donc utiliser les identités vectorielles éprouvées suivantes :

$$\nabla^2 A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla \times (\nabla \times A) \quad (1.21)$$

$$\nabla \times (\nabla A) = \nabla \nabla \times A - A \times \nabla \nabla \quad (1.22)$$

Où A est un champ vectoriel, et  $\nabla$  est un champ scalaire.

L'équation de diffusion du champ électrique est donnée par

$$\nabla^2 E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla \times (\nabla \times E) \quad (1.23)$$

On a,

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times B) = -\mu_0 \sigma \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.24)$$

En remplaçant  $\nabla \cdot E$  par l'Equation (1.19), nous pouvons réécrire l'Equation (1.23) sous la forme alternative :

$$\nabla^2 E = \mu_0 \sigma \frac{\partial E}{\partial t} - \nabla[(\nabla \sigma) \cdot E / \sigma] = i\omega \mu_0 \sigma E - \nabla[(\nabla \sigma) \cdot E / \sigma] \quad (1.25)$$

De même pour l'équation de diffusion du champ magnétique

$$\nabla^2 H = \nabla(\nabla \cdot H) - \nabla \times (\nabla \times H) \quad (1.26)$$

En remplaçant les Equations (1.16) et (1.18) dans l'Equation (1.26), on obtient :

$$\nabla^2 H = -\nabla \times (\sigma E) = -\sigma \nabla \times E + E \times \nabla \sigma \quad (1.27)$$

$$\rightarrow \nabla^2 H = i\omega \mu_0 \sigma H + E \times \nabla \sigma \quad (1.28)$$

Dans le cas d'un demi-espace isotrope et homogène, la conductivité est constante ( $\nabla \sigma = 0$ ), c.-à-d., les charges ne s'accumulent pas ( $q=0$ ). Les équations de diffusion des champs électrique et magnétique sont donc simplifiées à :

$$\nabla^2 E = i\omega \mu_0 \sigma E = k^2 E \quad (1.29)$$

$$\nabla^2 H = i\omega \mu_0 \sigma H = k^2 H \quad (1.30)$$

$$\text{Où, } k = \sqrt{i\omega \mu_0 \sigma} = \sqrt{i} \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} = \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} = (1+i) \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}} \quad (1.31)$$

k est le nombre d'onde complexe.

et l'inverse de k est appelé fonction de transfert schmucker-weidelt (Schmucker, 1973; Weidelt, 1972).

$$S = \frac{1}{k} \quad (1.32)$$

Dans le cas d'un demi-espace homogène ( $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial y} = 0$ ), les solutions des Equations (1.29) et (1.30) ( $\vec{E}, \vec{H}$ ) sont définies comme suit :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)} \quad (1.33)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - kz)} \quad (1.34)$$

Où,  $\vec{E}_0$  et  $\vec{H}_0$  représentent l'amplitude des champs à l'origine,  $k$  est le nombre d'onde complexe. Ces équations mettent en évidence l'invariance temporelle de la source excitante dans l'hypothèse d'ondes planes.

La Terre ne génère pas d'énergie électromagnétique, mais la dissipe ou l'absorbe (Hypothèse II), et les deux équations précédentes montrent que les deux champs électrique et magnétique subissent une atténuation avec  $z$ . En fonction de la profondeur, l'amplitude du champ électromagnétique diminue de  $1/e$  (37 %) par rapport à sa valeur à la surface, une mesure de cette atténuation est la profondeur de peau :

$$\delta = 1/Re(k) = (2/\omega\mu_0\sigma)^{1/2} \approx 503\sqrt{\rho T} \quad (1.35)$$

En utilisant l'hypothèse d'un demi-espace homogène ( $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial y} = 0$ ) et de la loi de Faraday, on peut établir une relation linéaire entre les différentes composantes des champs électrique et magnétique ; on a :

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t} \rightarrow kE_y = -i\omega B_x \quad (1.36)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \rightarrow kE_x = i\omega B_x \quad (1.37)$$

Par conséquent, la fonction de transfert de Schmucker-Weidelt peut également être exprimée sous forme de relation entre les composantes des champs électrique et magnétique

$$S = \frac{1}{k} = \frac{E_x}{i\omega B_y} = \frac{E_y}{i\omega B_x} \quad (1.38)$$

Donc, Il est possible de calculer la résistivité à partir de la mesure des champs  $E_i$  et  $H_j$  à la surface de la terre et la définition de  $k$  par la formule suivante :

$$\rho_a^{ij} = \frac{1}{k^2} \mu_0 \omega = |S|^2 \mu_0 \omega \quad (1.39)$$

Où,  $i, j = x, y$

Le rapport  $|E_i(\omega)/H_j(\omega)|$  est connu comme l'impédance  $Z_{ij}(\omega)$ . En outre, un déphasage entre les deux champs  $E_i(\omega)$  et  $H_j(\omega)$  peut être dérivé et écrit comme suit:

$$\phi_{ij} = tg^{-1}(Im(Z_{ij})/Re(Z_{ij})) \quad (1.40)$$

## 1.6 Les fonctions de transfert magnétotellurique

### 1.6.1 Tenseur d'impédance

Les fluctuations des champs électrique (  $E_x$  et  $E_y$  ) et magnétique (  $H_x$  et  $H_y$  ) avec la terre, enregistrées à la surface de la Terre, sont liées les unes aux autres par le tenseur d'impédance  $Z$  qui peut être estimé à partir de l'expression :

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} \rightarrow [E] = [Z][H] \quad (1.41)$$

$Z$  est un tenseur complexe  $2 \times 2$  dépendant de la fréquence qui contient des informations sur la conductivité électrique du sous-sol.

### 1.6.2 Fonction de transfert géomagnétique

La fonction de transfert géomagnétique, également appelée vecteur de Tipper, est une quantité qui décrit la relation entre la composante verticale du champ magnétique et les deux autres composantes horizontales :

$$H_z = (T_x, T_y) \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

La fonction de transfert géomagnétique est généralement représentée par un vecteur d'induction dont le concept a été introduit pour la première fois par (Parkinson, 1959), et (Parkinson, 1962; Wiese, 1962). Les vecteurs d'induction réel et imaginaire sont définis par :

$$T_{Re} = (ReT_x, ReT_y) \quad (1.43)$$

et

$$T_{Im} = (ImT_x, ImT_y) \quad (1.44)$$

qui représentent les parties réelles et imaginaires de la fonction de transfert géomagnétique sur le plan xy. Les vecteurs d'induction peuvent être utilisés pour déduire la présence ou l'absence de variations latérales de la conductivité (Jones, 1986; Jones and Price, 1970; Simpson and Bahr, 2005). Parkinson (1962) définit le vecteur  $(-ReT_x, -ReT_y)$  appelé vecteur de Parkinson ; celui-ci pointe vers le meilleur conducteur, est plus couramment utilisé par la plupart des praticiens du MT (Simpson and Bahr, 2005).

## 1.7 Dimensionnalité

Dans le modèle terrestre 1-D ou le modèle terrestre en couches, la conductivité varie uniquement avec la profondeur  $z$ . Les éléments diagonaux du tenseur devraient en principe être nuls, et les valeurs absolues des éléments anti-diagonaux sont égales car il n'y a pas de variations latérales de la conductivité :

$$Z_{1D} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

$$\text{avec} \quad Z_{xy} = -Z_{yx} \quad (1.46)$$

Dans un modèle de la terre en couches, la variation de résistivité selon les directions  $y$  et  $z$ , définissent la Terre en 2-D. Le tenseur d'impédance est alors décrit comme suit :

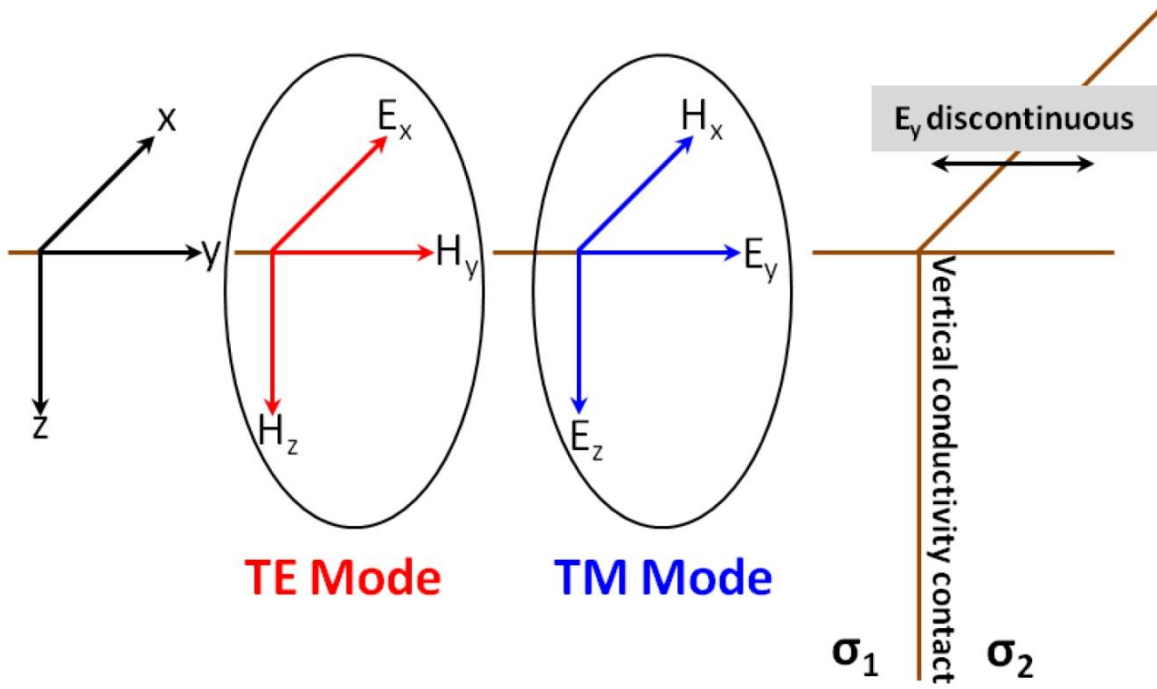
$$Z_{2-D} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{TE} \\ Z_{TM} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.47)$$

$$\text{où} \quad Z_{xy} \neq Z_{yx} \quad (1.48)$$

$Z_{TE}$  et  $Z_{TM}$  sont respectivement le mode Transverse électrique (TE) ou E-polarisation et le mode Transverse Magnétique (TM) ou B-polarisation. Considérant maintenant la forme différentielle de l'équation de Maxwell (1.17) et (1.18), rappelant que  $\nabla_x \sigma = 0$  et prenant en compte uniquement les composantes électromagnétiques associés à chaque mode (voir Figure 1.5), les équations de Maxwell peuvent être réécrites sous forme de deux ensembles d'équations différents :

$$E - \text{polarisation} \quad \begin{cases} \frac{\partial B_z}{\partial y} + \frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 \sigma E_x \\ -\frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega B_z \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega B_y \end{cases} \quad (1.49)$$

$$B - \text{polarisation} \quad \begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega B_x \\ -\frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 \sigma E_z \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} = \mu_0 \sigma E_y \end{cases} \quad (1.50)$$



**Figure 1. 5:** Description graphique d'un modèle 2-D simple composé de deux milieux, avec des conductivités différentes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . Dans ce cas idéal en 2-D, les champs EM peuvent être découplés en deux modes appelés modes TE et TM (d'après Kiyon (2015)).

Dans le cas idéal en 2-D (Figure 1.5), où les champs électriques parallèles ou perpendiculaires à la direction du Strike, les éléments diagonaux du tenseur d'impédance sont zéro. Cependant, si le tenseur d'impédance ne se trouve pas dans les coordonnées de l'angle de Strike, les composantes diagonales du tenseur d'impédance ne seront pas nulles et les deux modes seront mélangés dans le tenseur. Donc, il est possible de trouver  $Z_{2-D}$  par la rotation mathématique des données observées avec un angle  $\theta$  autour d'un axe vertical en utilisant une matrice de rotation  $R_\theta$  pour que les éléments diagonaux soient nuls. Dans ce cas, la forme du tenseur d'impédance 2-D est :

$$Z_{2-D} = R_\theta Z_{obs} R_\theta^T \quad (1.51)$$

$$R_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

$R_{\theta}^T$  est la matrice transposée de  $R_{\theta}$ , et  $Z_{obs}$  est le tenseur d'impédance dans le référentiel d'observation.

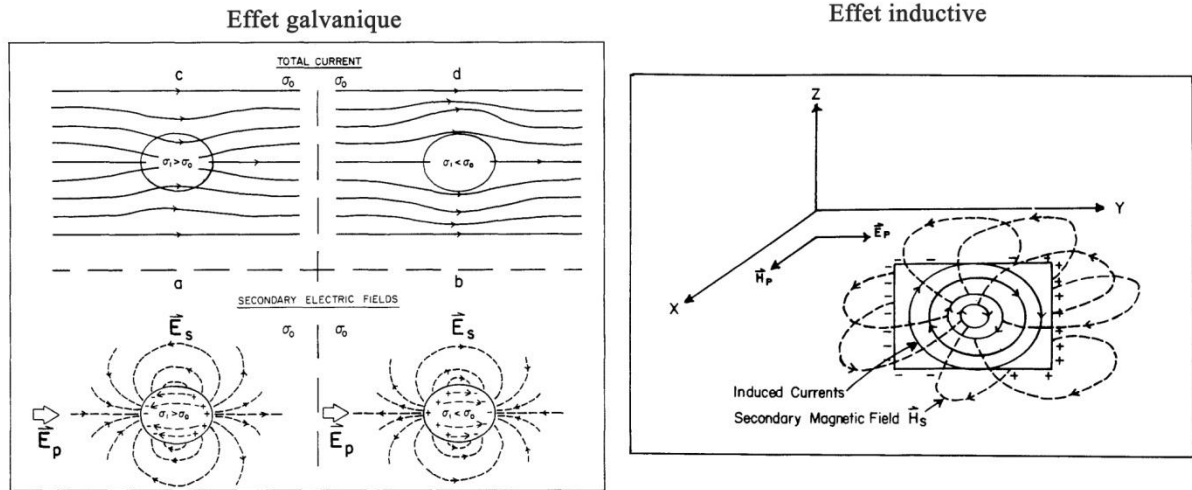
Lorsque la conductivité change dans les trois directions (3-D) avec la profondeur à l'échelle régionale, le tenseur d'impédance  $Z$  est décrit dans sa forme générale (voir Equation 1.41) par 8 paramètres inconnus (parties réelles et imaginaires pour les quatre éléments du tenseur d'impédance) à chaque fréquence.

## 1.8 Problèmes de distorsion

Les effets de la distorsion constituent un problème majeur en magnétotellurique, car ils peuvent conduire à des interprétations erronées. Ces effets sont causés par des hétérogénéités de conductivité à petite échelle et proches de la surface et qui peuvent affecter le tenseur d'impédance MT de la structure régionale. Les effets de la distorsion électromagnétique en MT est subdivisée en deux effets majeurs, la distorsion galvanique et la distorsion inductive (Jiracek, 1990).

Les effets galvaniques sont causés par les champs électriques primaires générant une accumulation des charges électriques au niveau d'une surface séparant des contrastes de résistivités. Ces charges électriques entraînant des champs électriques secondaires qui s'ajoutent au champ électrique primaire, ils produisent ce qu'on appelle une distorsion galvanique.

En outre, selon la loi de Faraday (Equation 1.10), la variation du champ magnétique primaire dans le temps induit des courants. Ces courants sont appelés des courants de Vortex circulant dans des boucles fermées produisent des champs magnétiques secondaires qui s'ajoutent de manière vectorielle au champ magnétique primaire, ce phénomène est soi-disant l'effet inductif.



**Figure 1. 6:** Effets galvaniques - L'accumulation de charges autour des structures conductrices (a) et résistives (b) crée un champ électrique secondaire  $\vec{E}_s$  (en pointillé) qui s'ajoute au champ électrique primaire  $\vec{E}_p$ . Le champ électrique secondaire  $\vec{E}_s$  produit par une inhomogénéité conductrice est opposé au champ primaire  $\vec{E}_p$  (a) qui conduira à la canalisation de courant (c). Cependant, si l'inhomogénéité est résistive (b), l'effet galvanique sera caractérisé par la déviation de courant (d). Effet inductif - Courants de vortex induits produisant un champ magnétique secondaire  $\vec{H}_s$  (d'après Jiracek (1990))

Pour une petite anomalie 3-D conductrice ou résistante, l'effet galvanique affecte les courbes des résistivités apparentes du MT par le décalage vers le haut lorsqu'on mesure directement au-dessus des corps résistifs superficiels et vers le bas pour des corps conducteurs (Jiracek, 1990). Aucune distorsion ne se produit dans les courbes des phases d'impédance. Par conséquent, le décalage sur les résistivités apparentes du MT devient indépendant de la fréquence (Berdichevskii et al., 1984; Jiracek, 1990). Ce phénomène particulier est identifié comme un changement statique (Simpson and Bahr, 2005).

L'effet de distorsion inductive diffère de l'effet galvanique. Dans le cas inductif, la phase du champ magnétique secondaire varie entre 0 (limite résistive) et  $\pi/2$  (limite conductrice) par rapport au champ magnétique primaire. Pour l'approximation quasi stationnaire (l'hypothèse VII), les effets inductifs peuvent être ignorés (Berdichevsky and Dimitriev, 1976).

Chave and Smith (1994) et Smith (1997). On décrit mathématiquement la distorsion galvanique comme suit:

$$E_{obs} = CE_{2-D} ; \quad (1.53)$$

Où  $E_{obs}$  est le champ électrique observé, C est la matrice de distorsion galvanique électrique 2x2 réelle et indépendante de la fréquence, et  $E_{2-D}$  est le champ électrique 2-D régional. De

plus, les champs magnétiques des courants à distorsion galvanique  $B_g$  sont proportionnels et sont en phase avec les champs électriques régionaux ; ils peuvent être écrits comme suit :

$$B_g = DE_{2-D} \quad (1.54)$$

Où  $D$  est une matrice de distorsion magnétique  $2 \times 2$ , réelle et indépendante de la fréquence. Le champ magnétique observé  $B_{obs}$  qui est la somme du champ magnétique régional  $B_{2-D}$  et du champ magnétique de distorsion galvanique  $B_g$ :

$$B_{obs} = B_{2-D} + DE_{2-D} \quad (1.55)$$

Nous savons que, l'impédance observée est la relation entre les champs électrique et magnétique, et elle est écrite comme suit :

$$E_{obs} = Z_{obs}B_{obs} \quad (1.56)$$

La même notion pour l'impédance régionale 2-D :

$$E_{2-D} = Z_{2-D}B_{2-D} \quad (1.57)$$

Lorsque la dimensionnalité peut être considérée comme quasi 2-D (corps 3-D à petite échelle intégrés dans un environnement 2-D régional) (Groom and Bahr, 1992), et en supposant que les champs EM soient observés dans un système de coordonnées arbitraire qui n'est pas aligné avec l'angle de Strike  $\theta$  des structures régionales, le tenseur d'impédance observé peut être décrit par l'équation:

$$Z_{obs}(\theta) = R_\theta CZ_{2-D}(I - DZ_{2-D})^{-1}R_\theta^T \quad (1.58)$$

La matrice de distorsion magnétique galvanique est dépendante de la fréquence est généralement négligée ( $DZ_{2-D}$  est nul pour les basses fréquences) (Garcia and Jones, 2002b), et l'équation devient :

$$Z_{obs}(\theta) = R_\theta CZ_{2-D}R_\theta^T \quad (1.59)$$

## Chapitre 2: Acquisition et traitement des données MT

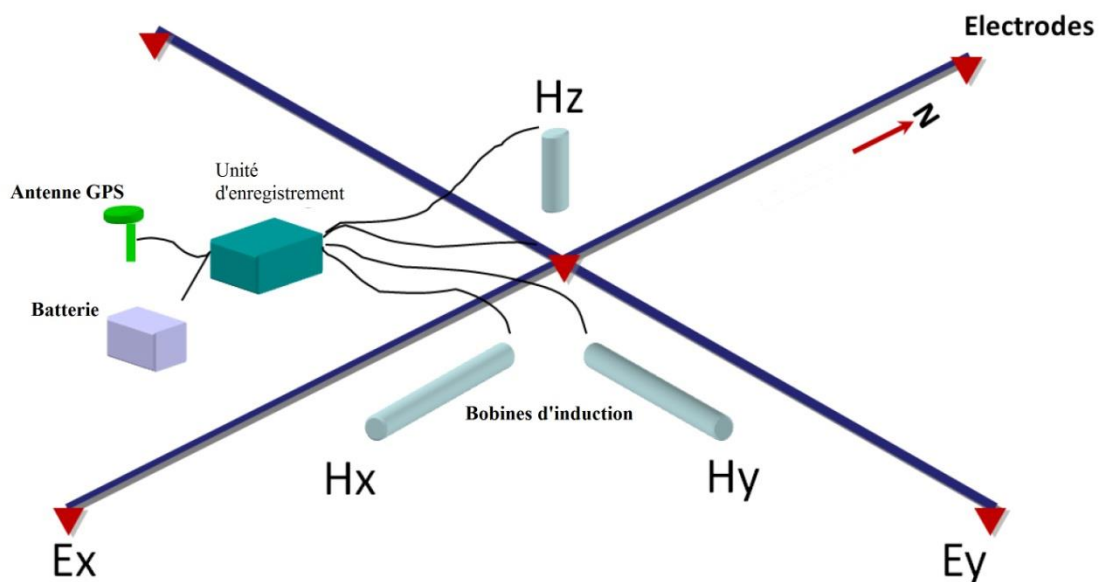
### 2.1 Acquisition des données MT

Les séries temporelles des données MT sont mesurées à l'aide d'un système V5 System 2000® de Phoenix Geophysics. Ce système est composé d'un boîtier d'enregistrement MTU 5 A system 2000 de Phoenix (MTU5As) capable d'enregistrer des données dans la gamme AMT-MT (0,0001 s à 10000 s). Le MTU5A, enregistre simultanément en deux canaux électriques et trois canaux magnétiques. Une antenne GPS fournit les coordonnées géographiques et l'altitude du site. Les capteurs utilisés pour mesurer les variations temporelles des composantes horizontales du champ électrique sont des électrodes en plomb, plomb-chlorure (Pb - PbCl) non polarisantes (Figure 2.1). Les trois composantes du champ magnétique ( $B_x; B_y; B_z$ ) ont été mesurées avec trois bobines d'induction MTC-50 orthogonales de 1.41 m de long.

La Figure 2.2 illustre une configuration typique utilisée pour les sites MT. Une électrode (de référence ou de mise à la terre) est au centre de la configuration tandis que les composantes horizontales du champ électrique ( $E_x; E_y$ ) sont mesurées à l'aide de quatre électrodes définissant deux dipôles électriques (généralement de 100 m de long) orientés dans les directions géographiques Nord-Sud et Est-Ouest. Les électrodes ont été placées dans des trous remplis de boue de bentonite mélangée à de la terre et d'eau salée afin de réduire la résistance de contact avec le sol et de maintenir les électrodes humides plus longtemps dans un climat chaud et sec. Ces trous étaient enfouis dans le sol, ainsi que les capteurs magnétiques une fois alignés Nord-Sud ou Est-Ouest (bobines horizontales) et nivelés (bobines horizontales et verticales). Les capteurs ont été enterrés afin de les protéger contre l'impact des activités humaines et animales et réduire les mouvements des câbles dus, entre autres, au vent et d'assurer la stabilité thermique.



**Figure 2. 1:** Système MT de Phoenix V5-2000. De gauche à droite : des électrodes impolarisables (en plomb, plomb-chlorure (Pb - PbCl)), câbles de bobine d'induction, bobines d'induction MTC-50, batterie, unité d'enregistrement, boîtier de l'unité et antenne GPS (voir : <http://www.phoenixgeophysics.com/products/systems/ssmt/>).



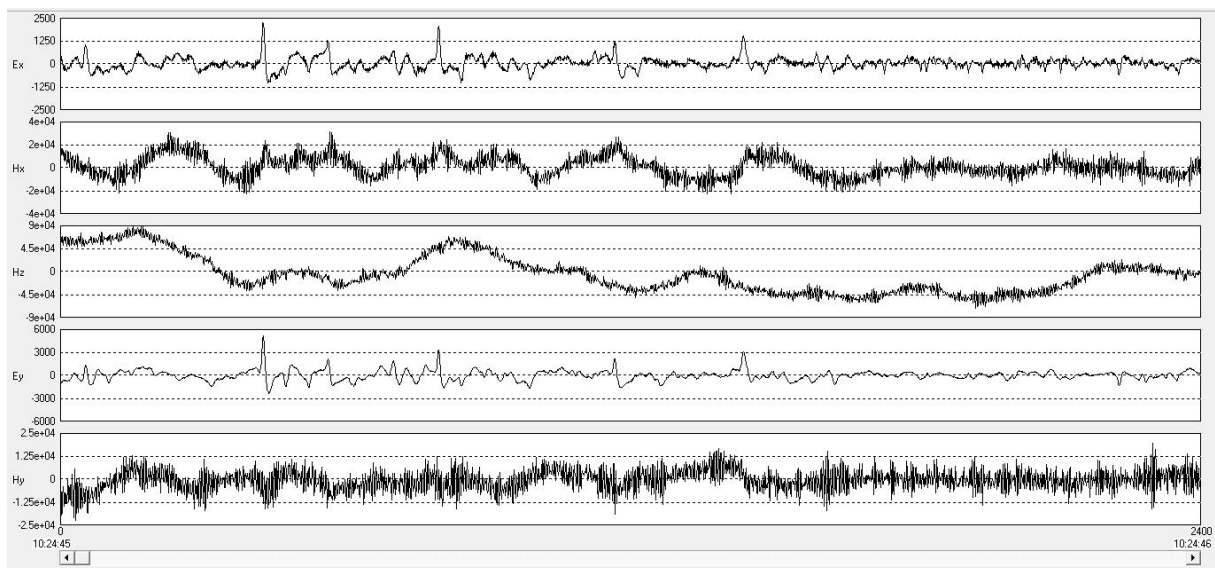
**Figure 2. 2:** Disposition typique pour un site BBMT dans la région de M'rara (d'après Kiyan (2015)).

En particulier, les séries temporelles correspondant aux cinq composantes (2 telluriques et 3 magnétiques) ont été enregistrées au niveau de chacun des sites et ce pour les deux

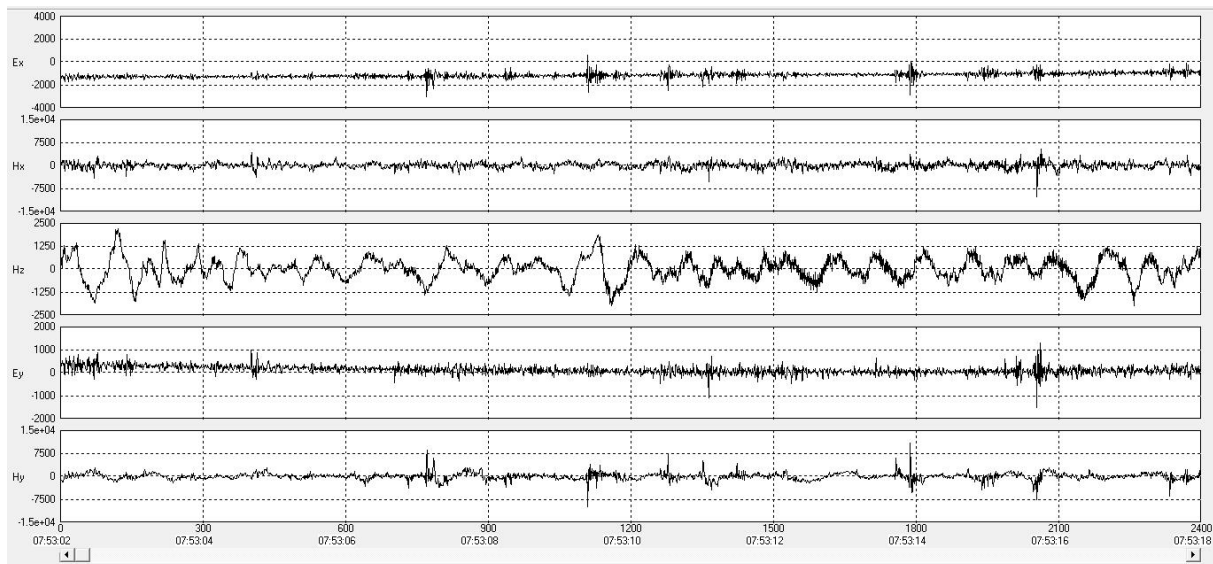
configurations MT et AMT à l'aide du dispositif MTU 5 A system 2000 de Phoenix, et l'enregistrement est échantillonné à différentes fréquences (voir tableau 2.1).

**Tableau 2. 1:** Bandes de fréquence de l'enregistrement des séries temporelles.

bande de fréquence	fréquence d'échantillonnage
2	24 k Hz
3	2.4k Hz
4	150 Hz
5	15 Hz



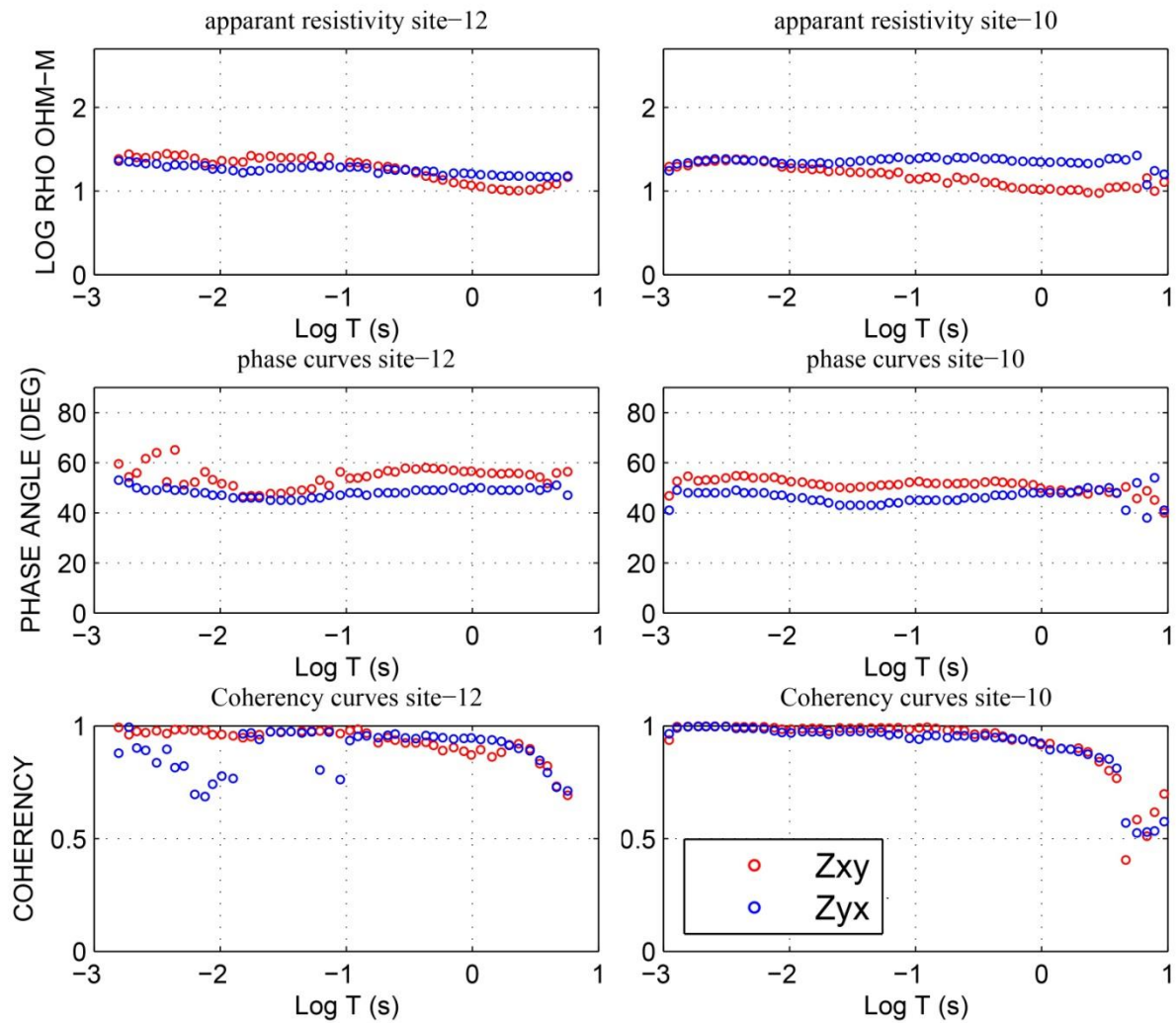
**Figure 2. 3a :** Série temporelle correspondant à la bande 3 (fréquence d'échantillonnage de 2,4 kHz) représentant une durée d'enregistrement de 1 s.



**Figure 2. 3b :** Série temporelle correspondant à la bande 4 (fréquence d'échantillonnage de 150 Hz) représentant une durée d'enregistrement de 16 s.

## 2.2 Traitement des données MT

À cette étape, les données brutes des séries temporelles enregistrées doivent être traitées pour obtenir la résistivité et phase pour chaque élément du tenseur d'impédance et le vecteur de tipper. Les données résultantes doivent être éditées. Les mauvaises données correspondant à la bande morte, avec des fréquences proches de 1000 Hz, qui sont perturbées doivent être supprimées (García and Jones, 2005). Seules les données de bonne qualité sont conservées. La résistivité ( $\rho_{xy}$  et  $\rho_{yx}$ ) et la phase ( $\phi_{xy}$  et  $\phi_{yx}$ ) observées pour les  $Z_{xy}$  et  $Z_{yx}$  de plusieurs stations, respectivement, sont présentées sur la Figure 2.4.



**Figure 2. 4:** Résistivité apparente  $\rho_{ij}$  et courbes de phase  $\phi_{ij}$  de plusieurs sites de MT. Les points rouges et bleus désignent respectivement  $Z_{xy}$  et  $Z_{yx}$  des données observées. Les cohérences correspondantes (en bas) permettent d'avoir une estimation de la qualité des données ; dans des circonstances idéales les données ont la cohérence  $\approx 1$ .

## Chapitre 3: Analyse des données MT

La forme du tenseur d'impédance dépend de la dimensionnalité des structures régionales qui peuvent être 1-D, 2-D ou 3-D (Chave and Jones, 2012; Ledo, 2005). En réalité, les données MT sont influencées par la réponse galvanique qui peut déformer et masquer la réponse des structures régionales (Jiracek, 1990). Donc, les données MT peuvent également être décrites par un corps 3-D à petite échelle intégré à une structure régionale 1-D (3-D/1-D) ou 2-D (3-D/2-D). Le processus qui supprime les effets de distorsion amovibles et qui nous permet de mieux comprendre la dimensionnalité géoélectrique et la directionnalité inhérentes aux données prend le nom « d'analyse des données ». Différentes méthodes ont été développées pour évaluer la directionnalité des données dans des situations quasi 2-D et pour éliminer les effets de distorsion présents dans le tenseur "C" (voir Equation 2.32).

Deux méthodes indépendantes plus importantes pour analyser les données MT, à savoir la méthode de Bahr (Bahr, 1991, 1988) et la méthode du tenseur de phase (Caldwell et al., 2004).

### 3.1 Méthode de Bahr

L'approche de Bahr considère le cas général d'une structure locale 3-D superposée à une structure régionale 1-D ou 2-D à laquelle on s'intéresse. Le tenseur d'impédance MT sera expliqué par une superposition d'anomalies de structure régionale 2-D et locale 3-D (3-D/2-D). Le cas 3-D/2-D donne le tenseur d'impédance générale :

$$Z_{obs} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Les éléments de la matrice de distorsion  $c_{11}$ ,  $c_{12}$ , ... sont réels et indépendants de la fréquence.

Bahr (1991) considère les éléments du tenseur d'impédance modifié qui sont les sommes et les différences des éléments diagonaux et anti-diagonaux du tenseur d'impédance :

$$\begin{aligned} S_1 &= Z_{xx} + Z_{yy} \quad (\text{trace}) \quad ; \quad S_2 = Z_{xy} + Z_{yx} \\ D_1 &= Z_{xx} - Z_{yy} \quad ; \quad D_2 = Z_{xy} - Z_{yx} \quad (\text{anti-trace}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$S_1$  et  $D_2$  sont invariants lors de la rotation du système de coordonnées autour de son axe vertical. À partir de ces invariants, les différences de phase et les produits des amplitudes correspondantes sont maintenant abrégés par les commutateurs (Bahr, 1991, 1988) suivant:

$$[A_1, A_2] = \text{Im}(A_2 \cdot A_1^*) = \text{Re}A_1 \cdot \text{Im}A_2 - \text{Im}A_1 \cdot \text{Re}A_2 \quad (3.4)$$

$$\{A_1, A_2\} = \text{Re}(A_2 \cdot A_1^*) = \text{Re}A_1 \cdot \text{Re}A_2 + \text{Im}A_1 \cdot \text{Im}A_2 \quad (3.5)$$

Avec  $A_1, A_2 \in [S, D]$ . Le caractère (\*) indique le complexe conjugué.

La méthode de Bahr est basée sur quatre paramètres invariants à valeur réelle pour distinguer la dimensionnalité géoélectrique (Bahr, 1991). Trois paramètres ont été dérivés du tenseur de phase et donc ne contiennent que l'effet de la structure régionale et Skew de Swift (1967) susceptible d'être affecté par la distorsion due aux hétérogénéités superficielles car celui-ci est estimé à partir des modules des éléments du tenseur d'impédance. Une fois dérivés, les paramètres sont ensuite comparés aux critères de la méthode de Bahr afin de déterminer la dimensionnalité géoélectrique comme indiqué dans le Tableau 3.1.

Ces 4 paramètres sont :

- **Skew de Swift ( $\kappa$ )** : La quantité mathématique de Skew de swift est le rapport de la trace divisée par l'anti-trace. Il a été proposé pour la première fois par Charles W. Swift Jr. dans sa thèse de doctorat (Swift, 1967), et il a été donné comme

$$\kappa = |S_1|/|D_2| \quad (3.6)$$

Le Skew est très sensible au bruit, et cet indicateur permet de détecter la distorsion galvanique, il est valable si la structure n'est pas 3-D. La présence d'une distorsion galvanique est censée être régie si l'indicateur de Swift dépasse le seuil de **0.2**. Si le Skew de Swift est supérieur à **0.2**, les données MT seront considérées comme valablement interprétées comme étant soit 3-D/1-D, soit 3-D/2-D (Chave and Jones, 2012).

- **Skew régional ( $\eta$ )** appelé aussi « **phase-sensitive** » skew : L'indicateur de dimensionnalité  $\eta$  est invariant rotationnel, sensitif à la distribution de la structure régionale 3-D. Les valeurs de  $\eta > 0.3$  (Bahr, 1991) sont considérées comme représentant des données 3-D. Bahr (1988) donne la formule de Skew régional comme

$$\eta = |[D_1, S_2] - [S_1, D_2]|^{1/2}/|D_2| \quad (3.7)$$

- **La différence de phase ( $\mu$ )** : Cet invariant rotationnel mesure la différence de phase dans le tenseur d'impédance, il est donné par :

$$\mu = |[D_1, S_2] + [S_1, D_2]|^{1/2} / |D_2| \quad (3.8)$$

Il convient de noter que cet indicateur devient instable si le Skew de swift est très faible ( $<0.2$ ). Si  $\mu = 0$ , les quatre phases des éléments du tenseur d'impédance sont identiques et il s'agit alors d'un terrain stratifié. Donc, en prenant en compte que  $\eta < 0.3$ , l'indicateur de différence de phase avec le critère  $\mu < 0.2$  peut donc être considéré comme un indicateur de la dimensionnalité 3-D/1-D (Bouzig, 2010).

- **Paramètre de bi-dimensionnalité ( $\Sigma$ )** : c'est le quatrième invariant rotationnel indicateur de la bi-dimensionnalité d'une structure utilisée dans la technique de Bahr (1991), et donné par la formule

$$\Sigma = (D_1^2 + S_2^2) / D_2^2 \quad (3.9)$$

Si les valeurs de  $\Sigma < 0.01$  (Bouzig, 2010) sont considérées comme représentant des structures souterraines 1-D.

**Tableau 3. 1:** Les critères des dimensionnalités pour les paramètres de Bahr d'après l'étude de Bouzid (2010) et Chave and Jones (2012).

Dimensionnalité	$\eta$ (Bouzid, 2010)	$\kappa$ (Chave and Jones, 2012)	$\mu$ (Bouzid, 2010)	$\Sigma$ (Bouzid, 2010)
3-D	<b>&gt;0.3</b>	-	-	-
1-D	<b>&lt;0.3</b>	<b>&lt;0.2</b>	-	<b>&lt;0.01</b>
2-D	<b>&lt;0.3</b>	<b>&lt;0.2</b>	-	<b>&gt;0.01</b>
3-D/2-D	<b>&lt;0.3</b>	<b>&gt;0.2</b>	<b>&gt;0.2</b>	-
3-D/1-D	<b>&lt;0.3</b>	<b>&gt;0.2</b>	<b>&lt;0.2</b>	-

Bahr (1991) propose la formule de l'angle de Strike ( $\alpha$ ) ou l'angle d'allongement de la structure si le tenseur d'impédance est la réponse pour la structure régionale 2-D, elle est donnée comme suit:

$$tg(2\alpha) = ([S_1, S_2] - [D_1, D_2]) / ([S_1, D_1] + [S_2, D_2]) \quad (3.10)$$

### 3.2 Méthode du tenseur de phase

Caldwell et al. (2004) ont proposé la méthode du tenseur de phase qui est un outil adéquat et non affecté par la distorsion galvanique du champ électrique. Caldwell et al. (2004) montrent que le tenseur de phase est indépendant de la distorsion galvanique. D'après Caldwell et al. (2004), le tenseur de phase est défini comme le rapport de la partie réelle  $X$  à la partie imaginaire  $Y$  du tenseur d'impédance complexe  $Z$  tel que  $Z = X + iY$  et  $\Phi = X^{-1}Y$ . Comme mentionné dans la **Section 1.8**, l'impédance observée affectée par une distorsion galvanique peut être exprimée sous la forme  $Z = CZ_R$ ; telle que  $Z_R$  est l'impédance de la structure régionale complexe pouvant également être caractérisée par  $Z_R = X_R + iY_R$ . Les équations suivantes montrent que le tenseur de phase est indépendant du tenseur de distorsion  $C$

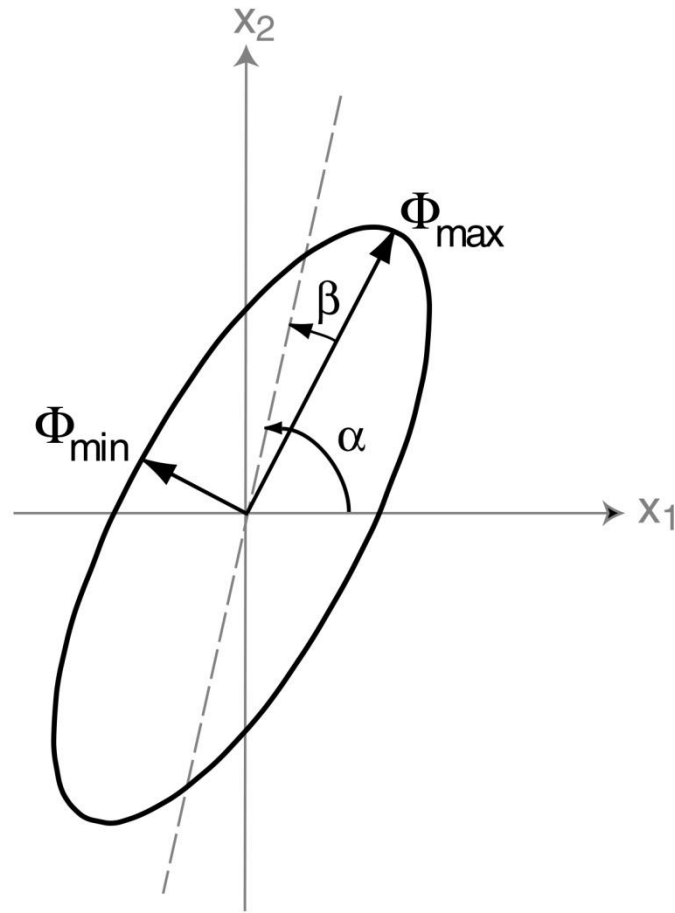
$$\begin{aligned}\Phi &= X^{-1}Y = (CX_R)^{-1}(CY_R) \\ &= X_R^{-1}C^{-1}CY_R = X_R^{-1}Y_R = \Phi_R\end{aligned}\quad (3.11)$$

Dans un système de coordonnées cartésiennes ( $x_1, x_2$ ), le tenseur de phase peut être écrit en termes de parties réelle et imaginaire du tenseur d'impédance  $Z$  comme :

$$\begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{\det(X)} \begin{pmatrix} X_{yy}Y_{xx} - X_{xy}Y_{yx} & X_{yy}Y_{xy} - X_{xy}Y_{yy} \\ X_{xx}Y_{yx} - X_{yx}Y_{xx} & X_{xx}Y_{yy} - X_{yx}Y_{xy} \end{pmatrix}\quad (3.12)$$

Où  $\det(X) = X_{yy}X_{xx} - X_{xy}X_{yx}$  est le déterminant du tenseur de la partie réelle  $X$ .

Le tenseur de phase ( $\Phi$ ) se caractérise par une direction et trois invariants de coordonnées, qui sont des quantités scalaires indépendantes du système de coordonnées. Caldwell et al. (2004) définissent les trois invariants du tenseur de phase comme étant les valeurs du tenseur maximum ( $\Phi_{max}$ ) et minimum ( $\Phi_{min}$ ) et de l'angle de Skew ( $\beta$ ). La direction est donnée par l'angle  $\alpha$ , qui exprime la dépendance du tenseur au système des coordonnées ( $x_1, x_2$ ). Donc, le tenseur de phase peut être représenté graphiquement sous la forme d'une ellipse (Booker, 2014) par ces quatre éléments (voir Figure 3.1). Les invariants  $\Phi_{max}$  et  $\Phi_{min}$  représentent les axes majeur et mineur de l'ellipse respectivement, avec l'orientation de l'axe majeur spécifiée par l'angle  $\alpha - \beta$ .



**Figure 3. 1:** La représentation graphique du tenseur de phase sous forme d'ellipse avec ses invariants (d'après Caldwell et al. (2004))

Le tenseur de phase peut être écrit en termes de ses invariants  $\Phi_{max}$ ,  $\Phi_{min}$ ,  $\beta$  et l'angle  $\alpha$  sous la forme :

$$\Phi = R^T(\alpha - \beta) \begin{pmatrix} \Phi_{max} & 0 \\ 0 & \Phi_{min} \end{pmatrix} R(\alpha - \beta) \quad (3.13)$$

$R^T$  est la matrice transposée de la matrice de rotation  $R$  et elle est donnée par l'Equation (1.52).

Les deux angles  $\alpha, \beta$  sont donnés par les formules

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{\Phi_{12} + \Phi_{21}}{\Phi_{11} - \Phi_{22}} \right) \quad (3.14)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{\Phi_{12} - \Phi_{21}}{\Phi_{11} + \Phi_{22}} \right) \quad (3.15)$$

Les axes principaux de l'ellipse  $\phi_{max}$  et  $\phi_{min}$  sont donnés comme:

$$\phi_{max} = (\phi_1^2 + \phi_3^2)^{1/2} + (\phi_1^2 + \phi_3^2 - \phi_2^2)^{1/2} \quad (3.16)$$

$$\phi_{min} = (\phi_1^2 + \phi_3^2)^{1/2} - (\phi_1^2 + \phi_3^2 - \phi_2^2)^{1/2} \quad (3.17)$$

Où  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  et  $\phi_3$  sont définis par les traces de tenseur de phase comme

$$\phi_1 = \frac{tr(\phi)}{2} = \frac{\phi_{11} + \phi_{22}}{2} \quad (3.18)$$

$$\phi_2 = (\det(\phi))^{1/2} = (\phi_{11}\phi_{22} - \phi_{12}\phi_{21})^{1/2} \quad (3.19)$$

et

$$\phi_3 = \frac{sk(\phi)}{2} = \frac{\phi_{12} - \phi_{21}}{2} \quad (3.20)$$

Dans le cas plus général d'une structure isotrope 1-D,  $\phi_{max} - \phi_{min}$  doit être égal à zéro et le tenseur sera représenté par des cercles dans lesquels le rayon variera avec la période. Par exemple, le rayon augmentera si la conductivité augmente avec la profondeur (Caldwell et al., 2004). Dans le cas où 2-D,  $\phi_{max} - \phi_{min}$  ne sera pas nul, le tenseur de phase sera représenté par une ellipse. Une condition nécessaire, mais non significative, pour une structure de conductivité régionale 2-D est que  $\beta$  soit nul ( $\beta = 0$ ), c'est dire que le tenseur de phase est symétrique. Pour le cas 3-D, le tenseur de phase n'est pas symétrique et l'angle de Skew sera donc non nul.

Par conséquent, la structure 3-D du sous-sol est identifiée lorsque les valeurs absolues des angles de Skew  $\beta$  sont supérieures à la valeur seuil de  $3^\circ$ . Lorsque les valeurs absolues de  $\beta$  sont inférieures à  $3^\circ$ , il existe une distribution de résistivité 2-D; pour le cas 1-D, l'ellipse se réduit à un cercle.

## Références

- Archie, G.E., 1942. The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics. *Transactions of the AIME* 146, 54–62. <https://doi.org/10.2118/942054-G>
- Bahr, K., 1991. Geological noise in magnetotelluric data: a classification of distortion types. *Physics of the earth and planetary interiors* 66, 24–38.
- Bahr, K., 1988. Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor: regional induction and local telluric distortion. *J. Geophys* 62, 119–127.
- Berdichevskii, M.N., Zhdanov, M.S., Keller, G. V, 1984. Advanced theory of deep geomagnetic sounding. Elsevier, Amsterdam; New York.
- Berdichevsky, M.N., Dimitriev, V.I., 1976. DISTORTION OF MAGNETIC AND ELECTRICAL FIELDS BY NEAR-SURFACE LATERAL INHOMOGENEITIES. *Acta. Geodaet., Geophys. et Montanist Acad. Sci. Hung.* 11, 447–483.
- Booker, J.R., 2014. The Magnetotelluric Phase Tensor: A Critical Review. *Surveys in Geophysics* 35, 7–40. <https://doi.org/10.1007/s10712-013-9234-2>
- Bouzaïd, A., 2010. Apport des données Magnétotelluriques à l'étude Géodynamique du Hoggar. USTHB.
- Cagniard, L., 1953. BASIC THEORY OF THE MAGNETO-TELLURIC METHOD OF GEOPHYSICAL PROSPECTING. *GEOPHYSICS* 18, 605–635. <https://doi.org/10.1190/1.1437915>
- Caldwell, T.G., Bibby, H.M., Brown, C., 2004. The magnetotelluric phase tensor. *Geophysical Journal International* 158, 457–469. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02281.x>
- Chave, A.D., Jones, A.G., 2012. *The Magnetotelluric Method: Theory and Practice*. Cambridge University Press.
- Chave, A.D., Smith, J.T., 1994. On electric and magnetic galvanic distortion tensor decompositions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 99, 4669–4682. <https://doi.org/10.1029/93JB03368>
- García, X., Jones, A., 2005. A new methodology for the acquisition and processing of audio-magnetotelluric (AMT) data in the AMT dead band. *GEOPHYSICS* 70, G119–G126. <https://doi.org/10.1190/1.2073889>
- Garcia, X., Jones, A.G., 2002a. Atmospheric sources for audio-magnetotelluric (AMT) sounding. *Geophysics* 67, 448–458.
- Garcia, X., Jones, A.G., 2002b. Decomposition of three-dimensional magnetotelluric data, in: *Three-Dimensional Electromagnetics*. Elsevier, pp. 235–250. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0076-6895\(02\)80095-6](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0076-6895(02)80095-6)
- Groom, R.W., Bahr, K., 1992. Corrections for near surface effects: Decomposition of the magnetotelluric impedance tensor and scaling corrections for regional resistivities: A tutorial. *Surveys in Geophysics* 13, 341–379. <https://doi.org/10.1007/BF01903483>
- Jiracek, G.R., 1990. Near-surface and topographic distortions in electromagnetic induction. *Surveys in Geophysics* 11, 163–203. <https://doi.org/10.1007/bf01901659>

- Jones, A.G., 1986. Parkinson's pointers' potential perfidy!\*. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* 87, 1215–1224. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1986.tb01992.x>
- Jones, F.W., Price, A.T., 1970. The Perturbations of Alternating Geomagnetic Fields by Conductivity Anomalies. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* 20, 317–334. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1970.tb06073.x>
- Kiyan, D., 2015. MULTIDIMENSIONAL MAGNETOTELLURIC IMAGING OF CRUSTAL AND UPPERMOST MANTLE STRUCTURES OF THE ATLAS MOUNTAINS OF MOROCCO. National University of Ireland. <https://doi.org/http://hdl.handle.net/10379/4967>
- Le Pape, F., 2013. Characterization of a Crustal Transition Zone in Northern Tibet using Magnetotelluric Modelling. National University of Ireland. <https://doi.org/http://hdl.handle.net/10379/3787>
- Le Pape, F., Jones, A.G., Vozar, J., Wenbo, W., 2012. Penetration of crustal melt beyond the Kunlun Fault into northern Tibet. *Nature Geoscience* 5, 330.
- Ledo, J., 2005. 2-D Versus 3-D Magnetotelluric Data Interpretation. *Surveys in Geophysics* 26, 511–543. <https://doi.org/10.1007/s10712-005-1757-8>
- Mandolesi, E., 2013. Inversion of magnetotelluric data in an anisotropic domain. National University of Ireland. <https://doi.org/http://hdl.handle.net/10379/4178>
- Miensopust, M.P., 2010. Multidimensional magnetotellurics: A 2D case study and a 3D approach to simultaneously invert for resistivity structure and distortion parameters. Unpublished doctoral dissertation, Department of Earth and Ocean Sciences, National University of Ireland, Galway, Ireland.
- Nover, G., 2005. Electrical Properties of Crustal and Mantle Rocks – A Review of Laboratory Measurements and their Explanation. *Surveys in Geophysics* 26, 593–651. <https://doi.org/10.1007/s10712-005-1759-6>
- Parkinson, W.D., 1962. The Influence of Continents and Oceans on Geomagnetic Variations. *Geophysical Journal International* 6, 441–449. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1962.tb02992.x>
- Parkinson, W.D., 1959. Directions of Rapid Geomagnetic Fluctuations. *Geophysical Journal International* 2, 1–14. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1959.tb05776.x>
- Revil, A., Darot, M., Pezard, P.A., 1996. From surface electrical properties to spontaneous potentials in porous media. *Surveys in Geophysics* 17, 331–346. <https://doi.org/10.1007/BF01904047>
- Ruffet, C., Darot, M., Guéguen, Y., 1995. Surface conductivity in rocks: a review. *Surveys in Geophysics* 16, 83–105. <https://doi.org/10.1007/BF00682714>
- Schmucker, U., 1973. Regional induction studies: A review of methods and results. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 7, 365–378. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0031-9201\(73\)90061-7](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0031-9201(73)90061-7)
- Simpson, F., Bahr, K., 2005. *Practical Magnetotellurics*. Cambridge University Press, Cambridge. <https://doi.org/DOI:10.1017/CBO9780511614095>
- Smith, J.T., 1997. Estimating galvanic-distortion magnetic fields in magnetotellurics. *Geophysical Journal International* 130, 65–72. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb00988.x>

- Srivastava, S.P., 1965. Method of interpretation of magnetotelluric data when source field is considered. *Journal of Geophysical Research* (1896-1977) 70, 945–954.  
<https://doi.org/10.1029/JZ070i004p00945>
- Swift, C.M., 1967. A magnetotelluric investigation of an electrical conductivity anomaly in the southwestern United States. Massachusetts Institute of Technology.
- Tikhonov, A.N., 1950. On determining electric characteristics of the deep layers of the Earth's crust. *Dokl. Acad. Nauk. SSSR* 73, 295–297.
- Türkoğlu, E., Unsworth, M., Çağlar, İ., Tuncer, V., Avşar, Ü., 2008. Lithospheric structure of the Arabia-Eurasia collision zone in eastern Anatolia: Magnetotelluric evidence for widespread weakening by fluids? *Geology* 36, 619–622.  
<https://doi.org/10.1130/g24683a.1>
- Unsworth, M., 2005. New developments in conventional hydrocarbon exploration with electromagnetic methods. *CSEG Recorder* 30, 34–38.
- Weidelt, P., 1972. The Inverse Problem of Geomagnetic Induction. *Journal of Geophysics* 38, 257–289.
- Wiese, H., 1962. Geomagnetische Tiefentellurik Teil II: Die Streichrichtung der untergrundstrukturen des elektrischen Widerstandes, erschlossen aus geomagnetischen Variationen. *Geofisica pura e applicata* 52, 83–103. <https://doi.org/10.1007/BF01996002>