Université Ferhat Abbas-Sétif1
Faculté des Sciences-Département de Physique
Tronc Commun SM-Année universitaire 2015/2016
Sétif le 25/05/2016 à 11h45-Durée: 1h30min

Examen de contrôle en Maths2

▶**Exercice 1** (5 points)
En utilisant le développement limité de $\sqrt{1+x}$ et $\sqrt{1-x}$ en 0 à l'ordre 3, répondre aux questions 1 et 2 suivantes :
1. Montrer (sans utiliser la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice!) que

$$\sqrt{1,001} \simeq 1,0005 \text{ et } \sqrt{0,999} \simeq 0,9995$$

2. Donner le développement limité de $\sqrt{4+x}$ et $\sqrt{1+x^3}$ en 0 à l'ordre 3.
[*Aide* **: Au voisinage de 0 à l'ordre 3, on a :** $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} + x^3\varepsilon(x)$]

▶**Exercice 2** (8 points)
I. Soit l'équation différentielle (I) suivante

$$x\left(1+x^2\right)y' + \left(x^2-1\right)y = -2x \qquad \text{(I)}$$

1. Résoudre (I) sur $]0,+\infty[$.
2. Trouver la solution de (I) qui vérifie : $y(1) = 1$.
II. Soit l'équation différentielle (II) suivante

$$y'' - 9y = 2e^{3x} \qquad \text{(II)}$$

1. Résoudre l'ED sans second membre associée à (II).
2. Trouver une solution particulière de (II).
3. Ecrire la solution générale de (II).
4. Trouver la solution y de (II) qui vérifie : $y(0) = y'(0) = 0$.

▶**Exercice 3** (7 points)
I. On considère les deux matrices suivantes

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 12 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $3A-2B$, ${}^tA$, ${}^tB$ et AB.
2. Montrer que B est inversible et calculer B^{-1}.

Bon courage

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 12 & 0 \end{pmatrix} \textbf{ et } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 4.0 & 2.0 & 9.0 \\ 0 & 4.0 & 11.0 \\ -12.0 & 0 & 12.0 \end{pmatrix} \text{ et} BA = \begin{pmatrix} 3 & 26 & 1 \\ 1 & 10 & -3 \\ 1 & 42 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 7.0 & 38.0 & -1.0 \\ 3.0 & 22.0 & 11.0 \\ 36.0 & 24.0 & 12.0 \end{pmatrix}, B^2 = \begin{pmatrix} 3.0 & 2.0 & 7.0 \\ 2.0 & 0 & 1.0 \\ 5.0 & 5.0 & 14.0 \end{pmatrix} \text{ et } (A-B)^2 = \begin{pmatrix} 3.0 & 12.0 & -4.0 \\ 4.0 & 8.0 & 4.0 \\ 52.0 & -13.0 & 7.0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = \begin{pmatrix} 2.0 & 36.0 & -12.0 \\ 5.0 & 14.0 & -10.0 \\ 65.0 & 29.0 & 2.0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 12 & 0 \end{pmatrix}\textbf{, determinant: } 120 \textbf{ et } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}\textbf{, determinant: } 3$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 12 & 0 \end{pmatrix}\textbf{, adjointe } \begin{pmatrix} -12 & 36 & -4 \\ 0 & 0 & 10 \\ 36 & 12 & -8 \end{pmatrix}\textbf{, inverse: } \begin{pmatrix} -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} & -\frac{1}{30} \\ 0 & 0 & \frac{1}{12} \\ \frac{3}{10} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{15} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}\textbf{, adjointe } \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 5 & -4 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\textbf{, inverse: } \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$