Université Ferhat Abbas Sétif 1
Faculté des Sciences
Département de TCMI

Janvier 2021
1er Année L.M.D. MI
Module : Physique 1

Série d'exercices N° 2

Dynamique du point matériel

Exercice N° 01 (en présence)

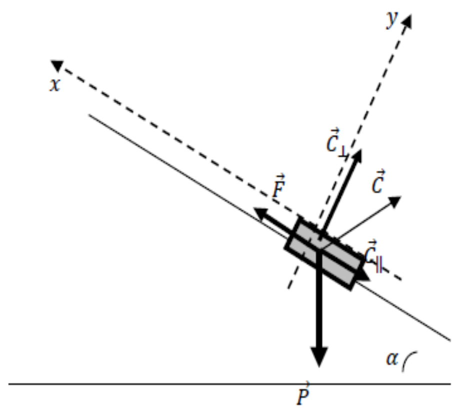
Un corps de mase m = 0.80 kg se trouve sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$.

- Quelle force doit-on appliquer sur le corps pour qu'il se déplace :
- **a)** Vers le haut
- **b)** Vers le bas

On suppose dans les deux cas que le corps se déplace à un mouvement uniforme puis à une accélération de 0.10m/s². On donne $\mu_g = 0,3$.

Exercice 1 : solution

a) Déplacement vers le haut (mouvement uniforme).



$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{C} = \vec{0}$$

En projetant sur les axes
$$\begin{cases} ox: & F = C_\parallel + P.sin\alpha \\ oy: & C_\perp = Pcos\alpha \end{cases}$$

$$C_\parallel = \mu_g C_\perp$$

$$\Rightarrow \quad F = \mu_g C_\perp + Psin\alpha$$

$$\Rightarrow \quad F = \mu_g Pcos\alpha + Psin\alpha$$

$$F = mg(\mu_g cos\alpha + sin\alpha)$$

Déplacement vers le haut (mouvement uniformément varié).

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \quad \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} + \vec{C}$$

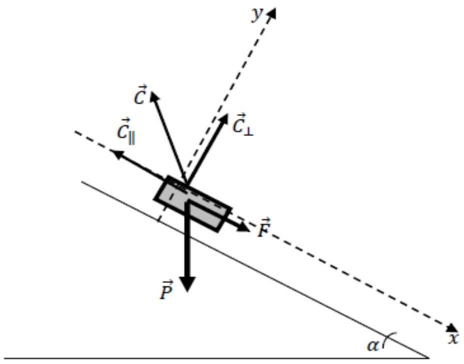
En projetant sur les axes
$$\begin{cases} ox: & F - C_\parallel - P.sin\alpha = ma \\ oy: & C_\perp = Pcos\alpha = mgcos\alpha \end{cases} \quad \Rightarrow \quad F = C_\parallel + mg.sin\alpha + ma$$

$$\Rightarrow \quad F = m(a + \mu_g g.cos\alpha + gsin\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad F = m[a + g(\mu_g.cos\alpha + sin\alpha)]$$

A.N : F=5.95N pour a= 0 ;
F=6.03N pour a=0.10m/s²

Déplacement vers le bas (les deux cas) :



$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \quad \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} + \vec{C} = m\vec{a}$$

En projetant sur les axes

$$\begin{cases} ox: \; F + P.sin\alpha - C_{\parallel} = ma \\ oy: \; C_{\perp} = Pcos\alpha = mgcos\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = ma + C_{\parallel} - P.sin\alpha \\ C_{\parallel} = \mu_g C_{\perp} = \mu_g mgcos\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \; F = m[a + g(\mu_g.cos\alpha - sin\alpha)]$$

Pour le mouvement uniforme, *a=0*

$$F = mg[\mu_g.cos\alpha - sin\alpha]$$

A.N : F= -1,88N pour a=0

F= -1,8N pour a =0,1 On note que le signe (-) indique que notre chois de la force est dans le sens contraire. (vérifié pour a= 2,5m/s²)

Exercice N° 02 (à distance)

Un objet de 2 kg est lancé sur un plancher horizontal avec une vitesse de 10 m/s, s'arrête en 5s.

- Dessiner les forces agissantes sur l'objet en respectant leurs modules et leurs directions.

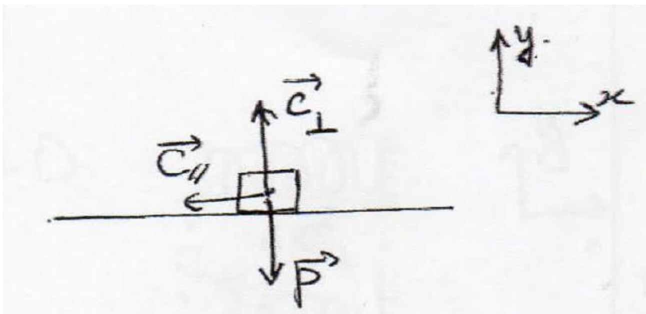
Solution exercice N°2 :

$$\boldsymbol{m = 2kg}$$

$$\boldsymbol{V_i = 10\frac{m}{s}}$$

$$\boldsymbol{V_f = 0\frac{m}{s}}$$

$$\boldsymbol{t = 5sec}$$



Par l'application du principe fondamental de dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{C} = m\vec{a}$$

Par projection $\begin{cases} \boldsymbol{Ox: -C_{\parallel} = ma = m\,\frac{\Delta V}{\Delta t} = 2N} \\ \boldsymbol{Oy: C_{\perp} - P = 0 \;\Rightarrow\; C_{\perp} = P = 20N} \end{cases}$

Exercice N° 03 (en présence) :

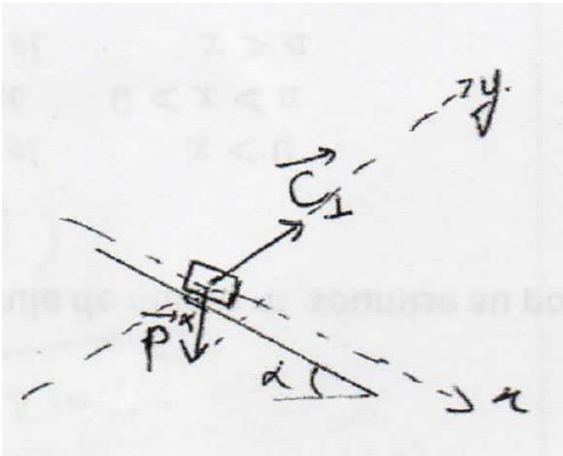
Un mobile M de masse m, glisse sans frottements sur un plan incliné faisant un angle α = 20° avec l'horizontale.

a- En absence des frottements, la réaction du plan incliné existe-elle ?
b- Si oui représenté la, et donner sa valeur en fonction de la masse m du mobile.
c- déduire l'équation de mouvement de la balle en utilisant le principe fondamentale de la dynamique.
d- Calculer l'accélération du mouvement.

Solution exercice N°3 :
:

a- Oui en absence des frottements la réaction du plan incliné existe.
b- Par l'application du principe fondamental de dynamique

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = \vec{P} + \vec{C}$$



Par la projection sur Ox et Oy on a :

Projection $\begin{cases} \boldsymbol{Ox: mg\sin\alpha = ma} \\ \boldsymbol{Oy: C_{\perp} - mg\cos\alpha = 0} \end{cases}$

$$\boldsymbol{C_{\perp} = mg\cos\alpha}$$

c- $\boldsymbol{mg\sin\alpha = ma \;\Rightarrow\; a = Cte}$

Le mouvement est rectiligne uniformément varié
L'équation du mouvement est :

$$\boldsymbol{x = \frac{1}{2}at^2 + vt + x_0}$$

d- $\boldsymbol{a = g\sin\alpha}$

Exercice N° 04 (en présence) :

Une masse ponctuelle (**m**) suit une trajectoire **ABCD (Fig.1)**. Part du point **A** sans vitesse initiale, suit sans frottement, la partie **AB**, qui est un quart de cercle de centre **O,** de rayon **R**. Puis atteint au point **C** un ressort fixé au point **D**, de longueur au repos $\boldsymbol{l_0}$ et de raideur **K**.

- Quelle est sa vitesse en un point M quelconque de **AB** en déduire sa vitesse au point **B**.
- Quelle est la condition sur **μ** pour que la masse s'arrête au point **C**
- Que sera sa vitesse au point **C** si **BC** = **2R** rectiligne est rugueux de coefficient **μ**
- Que sera sa vitesse au point **C** si **μ** = 0?
- Quelle est la déformation maximale (x_{max}) du ressort ? (on prend **μ** =0).

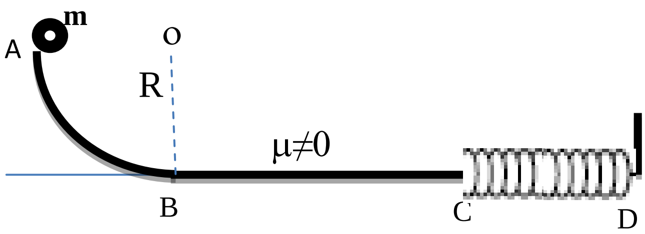
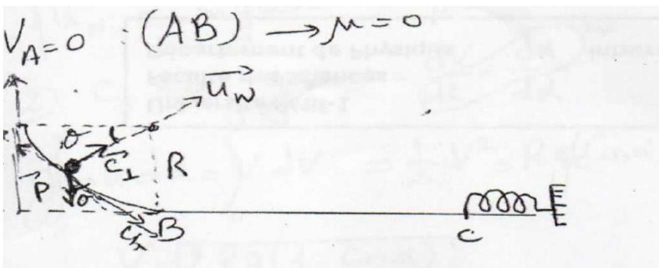


Fig.1

Solution exercice N° 04 :

1) L'expression de la vitesse en un point M quelconque de **AB** ($\boldsymbol{\mu = 0}$) ;



Par l'application du 2ème loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = \vec{P} + \vec{C}$$

Projection $\begin{cases} \vec{U}_T: mgcos\theta = ma_T = m\dfrac{dV}{dt} \\ \vec{U}_N: C_\perp - mgsin\theta = ma_N = m\dfrac{V^2}{R} \end{cases}$

$$\Rightarrow \; gcos\theta = a_T = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = w\frac{dV}{d\theta}$$

$$\Rightarrow \; gcos\theta = w\frac{dV}{d\theta} = \frac{V}{R}\frac{dV}{d\theta}$$

Tel que : $V = Rw$

$$\Rightarrow \; Rgcos\theta d\theta = VdV$$

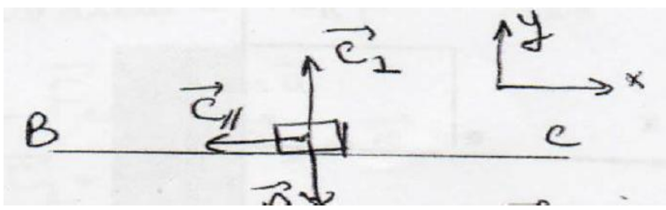
$$\Rightarrow \int_0^\theta Rgcos\theta d\theta = \int_0^V VdV$$

$$\Rightarrow \; Rgsin\theta = \frac{1}{2}V^2$$

$$\Rightarrow \; V_M = \sqrt{2Rgsin\theta}$$

2) La vitesse au point B :
au point B, $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_B = \sqrt{2Rg}$,

3) La partie BC $\boldsymbol{\mu \neq 0}$, la condition sur μ pour que la masse s'arrête au point **C**



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = \vec{P} + \overrightarrow{C_\perp} + \overrightarrow{C_\parallel} = m\vec{a}$$

Par la projection $\begin{cases} Ox: -C_\parallel = ma \\ Oy: C_\perp - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -C_\parallel = m\frac{V_C^2 - V_B^2}{2BC} \\ C_\perp = mg \end{cases}$

On a **Vc = 0** et $C_\parallel = \mu C_\perp \Rightarrow -\mu C_\perp = m\frac{-V_B^2}{2BC} \Rightarrow -\mu g = \frac{-V_B^2}{2BC} = \frac{-2Rg}{2BC}$

$$\Rightarrow -\mu g = \frac{-2Rg}{2BC} \Rightarrow \mu = \frac{R}{BC}$$

4) $BC = 2R$ est rigoureux de coefficient de frottement $\mu \neq 0$

On a : $-C_\parallel = -\mu mg = m\frac{V_C^2 - V_B^2}{2BC} = m\frac{V_C^2 - 2Rg}{4R}$

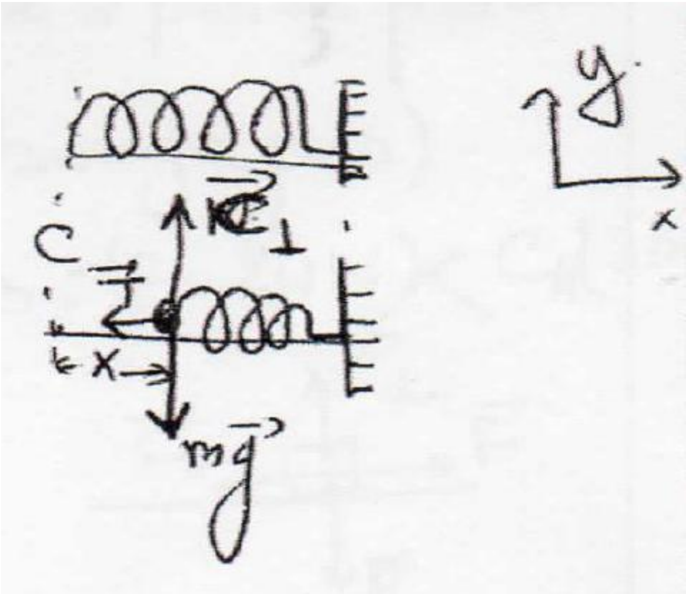
$$-\mu g = \frac{V_C^2 - 2Rg}{4R}$$

$$V_C^2 = -4R\mu g + 2Rg \Rightarrow V_C^2 = 2Rg(1 - 2\mu)$$

$$\Rightarrow V_C = \sqrt{2Rg(1 - 2\mu)}$$

5) **La partie CD :**

Si $\mu = 0$; $V_C = \sqrt{2Rg}$



Par l'application de la 2[ème] loi de Newton

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = \vec{P} + \overrightarrow{C_\perp} + \vec{T} = m\vec{a}$$

Par la projection $\begin{cases} Ox: -T = ma \\ Oy: C_\perp - mg = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow -T = -Kx = m\,\ddot{x}$$

Équation différentielle de deuxième ordre ;
$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$

Sa solution est une équation d'un mouvement harmonique

$x(t) = x_{max}sin(wt + \varphi) \rightarrow \dot{x}(t) = x_{max}wcos(wt + \varphi)$

à $t = 0 \begin{cases} V_0 = V_C \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0\ et\ \mathbf{x_{max}} = \frac{V_C}{w} = \frac{\sqrt{2Rg}}{\sqrt{\frac{K}{m}}}$

$\mathbf{x_{max}} = \sqrt{\frac{2Rgm}{K}}$ / $\mathbf{w^2} = \frac{K}{m}$