Faculté de sciences
Département de MI
$1^{ère}$ année
Janvier 2021

Série d'exercices N°4 d'analyse 1

Exercice 1:
Soit la fonction f définie par:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 \ , \text{si } x \prec e \\ a\ln x + b \quad \text{si } x \succeq e \end{cases}$$

Déterminer les nombre réels a et b pour que f soit dérivable au point $x = e$

Exercice 2:
Soit la fonction f définie par:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^x \ , \text{si } x \prec 0 \\ \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \quad \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Montrer qu'il existe une fonction g, prolongeant f par continuité et étudier la dérivabilité de g.

Exercice 3:
Etudier la dérivabilité des fonctions f , et calculer $f\prime(x)$ si f est dérivable.
1 /

$$f(x) = \begin{cases} x \ \sin\frac{1}{x} \ , \text{si } x \neq 0 \\ 0 \ , \text{si } x = 0 \end{cases}$$

2 /

$$f(x) = 1 - \cos\sqrt{|x|}$$

Exercice 4 :
1) Déterminer les dérivées des fonctions f définies par:

a) $f(x) = x\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$; **b**) $f(x) = \sin x \ \ln x$; **c**) $f(x) = e^{\frac{1}{1-x}}$

2) Calculer les dérivées $n - ièmes$ (pour $n \in \mathbb{N}^*$) des fonctions f définies par:

a) $\quad f(x) = \dfrac{1}{1-x};$ $\qquad$ **b**) $\quad f(x) = \sin x$;

c) $\quad f(x) = e^x \sin x;$ $\qquad$ **d**) $\quad f(x) = \left(x^3 + 2x - 7\right) e^x$

Exercice 5:
soit $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ de classe C^1 s'annulant en $-1, 0$ et 1
On note $g : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ définie par $g(x) = 2x^4 + f(x)$.montrer qu'il existe

$c \in \left]-1, 1\right[$ tel que $g\prime(x) = 0$.
Exercice 6:
Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} \qquad x = 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{x}; & \text{si} \quad x \in \left]-1, 0\right[\cup \left]0, +\infty\right[\end{cases}$$

1) Montrer que f est continue sur $\left]-1, +\infty\right[$.
2) f est-elle dérivable en $x_0 = 0$? calculer f'
3) On pose $g(x) = \ln(1+x)$,en utilisant le théorème des accroissement finis, montrer que: $\forall x > 0, \;\; f(x) > \frac{1}{1+x}$.