Université Ferhat Abbas Sétif 1 — Décembre 2020
Faculté des Sciences — 1er Année L.M.D. MI
Département de TCMI — Module : Physique 1

Série d'exercice N° 1

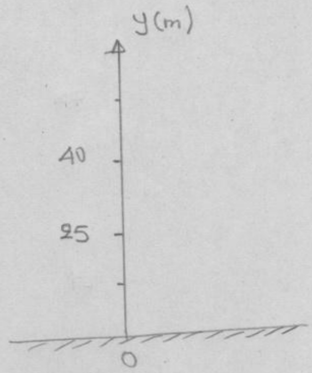
Cinématique du point matériel

Exercice N° 05 (en présence) : Une balle est lancée vers le haut avec une vitesse initiale de 12 m/s à partir d'un toit situé à 40 m du sol.

- Trouver sa hauteur maximale.
- Trouver la durée de son parcours et les instants où elle se trouve au niveau du toit et 15m en dessous de toit.

Exercice N° 5

$V_0 = 12\ m/s$, $y_0 = 40\ m$



1) La hauteur maximale :

Le mouvement de la balle est rectiligne uniformément varié :

$a = -g$, $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int_{12}^{v} dv = \int_0^t a\,dt$

$\Rightarrow v - 12 = -gt \Rightarrow v = -10t + 12$ .... ①

On prend $g = 10\ m/s^2$

$v = \frac{dy}{dt} \Rightarrow \int_{40}^{y} dy = \int_0^t v\,dt \Rightarrow y - 40 = \int_0^t (-10t + 12)\,dt$

$y = -5t^2 + 12t + 40$ .... ②

$y = y_{max} \Rightarrow V = 0$

$\Rightarrow -10t + 12 = 0$, $t = 1{,}2\ s$

$y_{max} = y(1{,}2) = 47{,}2\ m$ $\boxed{y_{max} = 47{,}2\ m}$

2) La durée de son parcours :

La balle termine son parcours lorsque $y = 0$

$y = 0 \Rightarrow -5t^2 + 12 + 40 = 0 \Rightarrow \boxed{t = 4{,}27\ s}$

3) Les instants où la balle se trouve au niveau du toit et à 15 en dessous :

* Au niveau du toit $y = 40 \Rightarrow -5t^2 + 12t + 40 = 40 \Rightarrow t = 0$ (instant du lancement)
$t = 2{,}4\ s$ (retour)

* A 15m au dessous du toit : $y = 25\ m \Rightarrow -5t^2 + 12 + 40 = 25 \Rightarrow t = 3{,}31\ s$

Exercice N° 06 (en présence) : Un point M décrit la spirale logarithmique , $r = r_0 e^{\theta}$ avec une vitesse angulaire $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ constante.

On prendra $\theta = 0\ pour\ t = 0$

- Calculer les composantes des vecteurs vitesse et accélération.
- Calculer le rayon de courbure de la trajectoire.

Exercice N°6

$r = r_0 e^{\theta}$, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, $\theta = 0$ pour $t = 0$

1) Composantes du vecteur vitesse :

$$\overrightarrow{OM} = r\,\overrightarrow{U_r} = r_0 e^{\theta}\,\overrightarrow{U_r}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \int_0^{\theta} d\theta = \int_0^{t} \omega\, dt \Rightarrow \theta = \omega t$$

$$\overrightarrow{OM} = r_0 e^{\omega t}\,\overrightarrow{U_r}$$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{U_r} + r\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{U_\theta} \Rightarrow \vec{V} = r_0 \omega e^{\omega t}\,\overrightarrow{U_r} + r_0 \omega e^{\omega t}\,\overrightarrow{U_\theta}$$

Composantes du vecteur accélération :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\overrightarrow{U_r} + \left[r\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right]\overrightarrow{U_\theta}$$

$$\vec{a} = \left[r_0 \omega^2 e^{\omega t} - r_0 e^{\omega t}\omega^2\right]\overrightarrow{U_r} + \left[r_0 e^{\omega t}(0) + 2 r_0 \omega e^{\omega t}\omega\right]\overrightarrow{U_\theta}$$

$$\vec{a} = 2 r_0 \omega^2 e^{\omega t}\,\overrightarrow{U_\theta}$$

2) Rayon de courbure de la trajectoire :

$$a_N = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{a_N}, \quad a_N = \left[a^2 - a_T^2\right]^{1/2}, \quad a_T = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{2}\, r_0 \omega e^{\omega t}, \quad \|\vec{a}\| = 2 r_0 \omega^2 e^{\omega t}, \quad a_T = \sqrt{2}\, r_0 \omega^2 e^{\omega t}, \quad a_N = \sqrt{2}\, r_0 \omega^2 e^{\omega t}$$

$$\boxed{R = \sqrt{2}\, r_0 e^{\omega t}}$$