

quelques exemples dans $\mathbb{R}$.

$$1) \quad A =]0,1[\cup]1,2[\cup (\emptyset \cap]2,3[) \cup \{4\}$$

$$\bar{A} = [0,3] \cup \{4\} \quad \text{car on doit fermer les intervalles} \\ \text{ouverts, en plus } \overline{\emptyset} = \mathbb{R} \text{ et } \{4\} \text{ est un fermé.}$$

$$\overset{\circ}{A} =]0,3[\quad (\text{on doit ouvrir les intervalles,} \\ \text{en plus } \overset{\circ}{\{4\}} = \emptyset.)$$

$$\text{enfin } \overset{\circ}{\bar{A}} = [0,3] \quad (\text{on doit fermer les bornes}).$$

$$\bar{A} =]0,1[\cup]1,2[\quad (\text{car } \overset{\circ}{\emptyset} = \emptyset)$$

$$\bar{A} = [0,2] \quad \text{et enfin } \overset{\circ}{\bar{A}} =]0,2[.$$

2) pts d'accumulation

$$\mathbb{N}, [a,b], \mathbb{Q}^c \text{ (irrationnels)}$$

① $\mathbb{N}$ n'a pas de pt d'acc. car si $a \in \mathbb{R}$ quelconque
 $\exists \delta > 0$ tel que $(a-\delta, a+\delta)$ ouvert ne contient
aucun pt de $\mathbb{N}$ différent de a . (d'après def. page 4)

② Tout $x \in [a,b]$ est un point d'acc. de $[a,b]$

$$\text{c'est à dire si } A = [a,b] \Rightarrow A' = [a,b],$$

(Dans ce cas $A \subseteq A'$).

↳ Def (p.4) Tout intervalle ouvert contenant $x \in [a,b]$
contient des points de $A = [a,b]$ distincts de x .

(6)

⊕ Tout nombre réel $x \in \mathbb{R}$ est un pt d'acc. de $\mathbb{Q}^c$, puisque, tout intervalle ouvert contenant $x \in \mathbb{R}$, contient des points de $\mathbb{Q}^c$ autres que x .
c'est à dire : $(\mathbb{Q}^c)' = \mathbb{R}$.

2) Remarquons que ds l'exemple de la page 4,

$$A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}, \quad A' = \{0\} \text{ et } 0 \notin A$$

$$\text{ainsi } \bar{A} = \{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\},$$

$$\text{mais si on pose } B = \{0\} \cup \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$$

alors toujours $B' = \{0\}$ et $0 \in B$, c'est à dire

$$B' \subset B. \quad \text{Dans ce cas } \bar{B} = \{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\} = B.$$

on a toujours $\bar{A} = A' \cup A$ (l'adhérence est la réunion de A et de ses points d'accumulation)

Remarquons aussi que si A est fermé : $\bar{A} = A$

c'est à dire $A' \cup A = A$, d'où $A' \subset A$.

c'est pour cela qu'on dit que A est fermé, si il contient ses points d'accumulation,

