Chapitre 1 Cinématique du point matériel

Cinématique du point matériel

I Introduction :

En pratique, tous les objets étudiés par la physique sont en mouvement : les particules élémentaires qui constituent les atomes, les objets usuels les corps célestes... Donc il parait indispensable de connaitre les lois qui gouvernent les différents types de mouvement. La branche de la physique qui étudie les mouvements s'appelle la mécanique qui elle-même se subdivise en cinématique et dynamique.

II Définitions générales

1) Cinématique :

La cinématique est l'étude du mouvement en fonction du temps indépendamment des causes produisant ce mouvement (les forces appliquées au point matériel).

2) Point matériel :

Un point matériel est un objet sans dimensions spatiales. C'est concept qui<w s'impose dans les cas ou l'on ne s'intéresse pas aux mouvements de rotation des objets considérés. Donc c'est une modélisation relative car les objets célestes sont considérés dans certain type de mouvement comme étant des points matériels.

3) Repère :

Pour repérer la position d'un point matériel dans l'espace on a besoin de définir un repère d'espace. Cela consiste à choisir une origine O et une base $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

Le trièdre $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ représente un repère (cartésien)

4) Référentiel

Un référentiel est un repère spatial muni d'un repère temporel (Repère + Horloge). C'est un objet par rapport auquel on étudie le mouvement. Donc tout mouvement est relatif au référentiel utilisé.

- **Référentiel galiléen**

  Un référentiel galiléen est un référentiel où un corps isolé (n'est pas soumis à aucune force) est en translation rectiligne uniforme. Selon les durées considérées dans les expériences, les phénomènes liés à leur caractère non galiléen restent négligeables devant les autres phénomènes.

- **Référentiel terrestre**

  Il est constitué d'un point du sol et de trois axes (en général un axe vertical et deux axes dans le plan horizontal). On l'utilise pour décrire les mouvements à petite échelle des objets qui nous entourent. Un homme « immobile » est donc fixe uniquement dans le référentiel terrestre.

- **Référentiel géocentrique**

  Il a pour origine le centre de masse de la Terre et trois axes pointant vers des étoiles suffisamment lointaines pour être considérées comme fixes. Il est utilisé pour décrire des mouvements à l'échelle de la planète (mouvement des satellites).

- **Référentiel de Kepler (héliocentrique)**

  Il est constitué du centre du Soleil et de trois axes pointant vers des étoiles suffisamment lointaines pour être considérées comme fixes. Ce référentiel est utilisé pour décrire des mouvements à l'échelle du système solaire (mouvement des planètes).

- **Référentiel de Copernic**

  Le référentiel de Copernic est le référentiel centré sur le centre de masse du système solaire et dont les axes pointent vers trois étoiles éloignées.

III Caractéristiques du mouvement

L'étude du mouvement d'un mobil peut s'effectuer d'une façon :

- Algébrique : fait appel aux équations horaires de mouvement.
- Vectorielle : en utilisant les vecteurs position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\vec{V}$ et accélération $\vec{a}$

1) Les équations horaires

Un point matériel est au *repos* dans un repère choisi si ses coordonnées x y z , , sont indépendantes du temps et il est en mouvement si ses coordonnées varient en fonction du temps.

Les variations des coordonnées d' un point matériel en fonction du temps s' appellent les équations horaires du mouvement.

Soit $\begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}$

2) La trajectoire

La trajectoire d'un point mobile M dans un repère donné est la courbe formée par l'ensemble des positions successives du point M dans ce repère.

La trajectoire d'un point mobile dépend du référentiel choisi.

En coordonnées cartésiennes, la trajectoire est obtenue par élimination du temps des équations horaires.

3) Le vecteur position

La position d'un point matériel M au temps t est repérée dans un repère par un vecteur position OM reliant l'origine du repère considéré à la position du point matériel.

En coordonnées cartésiennes, il est donné par l'expression :

$$\overrightarrow{OM} = x(t)\vec{\imath} + y(t)\vec{\jmath} + z(t)\vec{k}$$

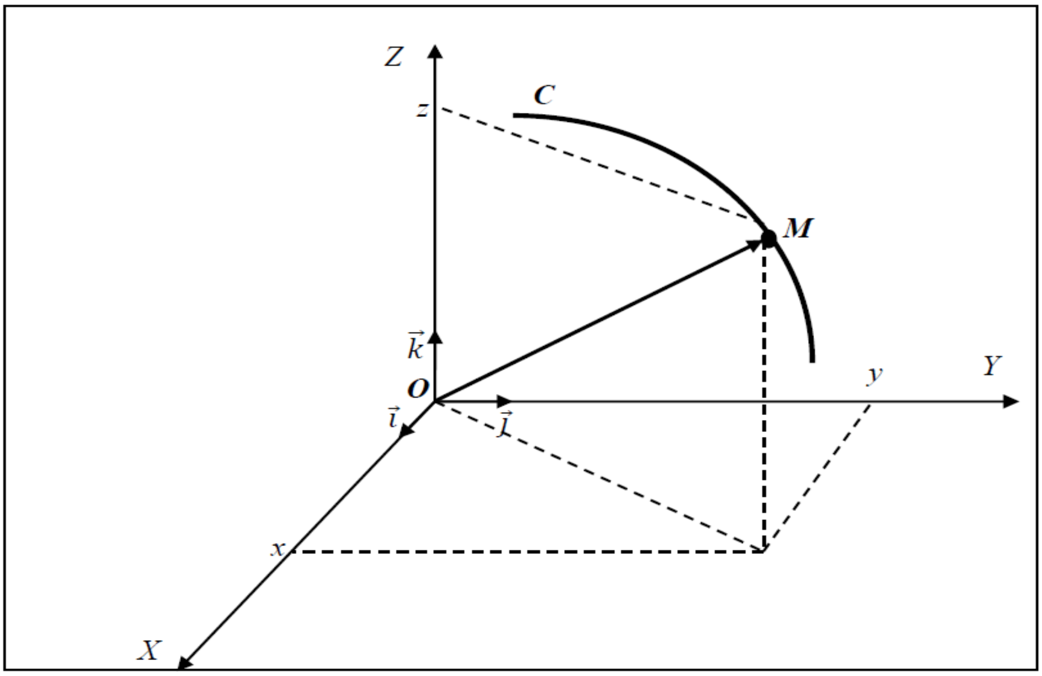

Figure 1 : Vecteur position

4) Vecteur vitesse

4-a) Vitesse moyenne

Soit un mobil (point matériel) qui passe à l'instant t_1 par la position M_1 et à l'instant t_2 par la position M_2 sur la trajectoire C.

La vitesse moyenne du mobil P entre les instants t_1 et t_2 tel que $t_2 - t_1 = \Delta t$1 est donnée par

$$\vec{V}_{moy} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}$$

$\overrightarrow{M_1M_2}$ est le vecteur de déplacement.

Donc le vecteur de la vitesse moyenne est porté par le vecteur de déplacement.

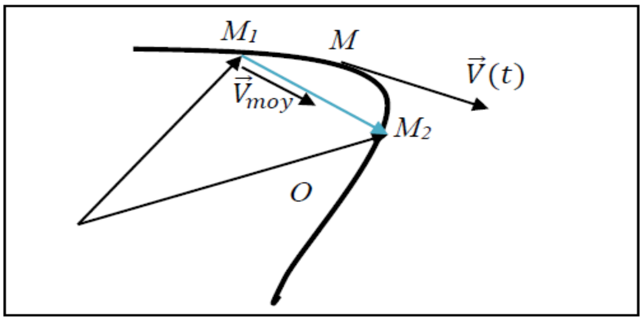

Figure 2 : Illustration de la vitesse moyenne et la vitesse instantanée

4-b) Vitesse instantanée

Le vecteur vitesse instantanée d'un mobil P à l'instant t est donnée par :

$$\vec{V}(t) = \lim_{t_1 \to t_2} \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

Le vecteur vitesse instantanée $\vec{V}(t)$ est porté par la tangente à la trajectoire C au point M et il est toujours orienté dans le sens du mouvement (Figure 1).

Dans un repère cartésien, la vitesse instantanée à l' instant t est à parti du vecteur position par la relation suivante :

$\overrightarrow{OM} = x(t)\vec{\imath} + y(t)\vec{\jmath} + z(t)\vec{k}$

$$\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} = \dot{x}(t)\vec{\imath} + \dot{y}(t)\vec{\jmath} + \dot{z}(t)\vec{k}$$

$$\vec{V}(t) = \begin{cases} V_x = \dot{x}(t) \\ V_y = \dot{y}(t) \\ V_z = \dot{z}(t) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \|\vec{V}(t)\| = \sqrt{(\dot{x}(t))^2 + (\dot{y}(t))^2 + (\dot{z}(t))^2}$$

N.B : en pratique la relation entre la vitesse instantanée et la vitesse moyenne est donnée par

$\vec{V}(t) = \vec{V}_{moy}\Big|_{t_1}^{t_2}$ tel que $t = \frac{t_1+t_2}{2}$

Cette relation est valable lorsque t_1 et très proche de t_2.

5) Vecteur accélération

5-a) Accélération moyenne

Soit un mobil (point matériel) qui passe à l'instant t_1 par la position M_1 à une vitesse $\vec{V}_1(t)$ et à l'instant t_2 par la position M_2 à une vitesse $\vec{V}_2(t)$ sur la trajectoire C.

L'accélération moyenne entre les instants t_1 et t_2 est donnée par :

$$\vec{a}_{moy} = \frac{\vec{V}_2(t) - \vec{V}_1(t)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

5-b) Accélération instantanée

L'accélération instantanée d'un mobil P est donnée par

$$\vec{a}(t) = \lim_{t_1 \to t_2} \frac{\vec{V}_2(t) - \vec{V}_1(t)}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}(t)}{dt}$$

Le vecteur accélération est toujours dirigé vers la partie concave de la trajectoire.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}(t)}{dt} = \frac{dV_x}{dt}\vec{\imath} + \frac{dV_y}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dV_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{\imath} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{\jmath} + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\vec{k}$$

Soit $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}(t)}{dt} = \ddot{x}\vec{\imath} + \ddot{y}\vec{\jmath} + \ddot{z}\vec{k} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}(t) = \sqrt{(\ddot{x}(t))^2 + (\ddot{y}(t))^2 + (\ddot{z}(t))^2}$

Remarque : Le mouvement est dit accéléré si $\vec{a}.\vec{V} > 0$, et décéléré ou retardé si $\vec{a}.\vec{V} < 0$ quant au sens du mouvement il est indiqué par le sens de la vitesse $\vec{V}$.

IV. Systèmes de coordonnées

1) Coordonnées polaires : elles décrivent le mouvement dans un plan

Base : $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$

Coordonnées polaires : $(\rho,\ \theta)$ tel que

ρ : Composante radiale avec $\rho > 0$ $(\rho = \|\overrightarrow{OM}\|$ et $\theta = (\vec{\imath}, \overrightarrow{OM})$

θ : Composante angulaire avec $\theta \in [0, 2\pi]$ entre le rayon ρ et l'axe des abscisses (ox): $\theta = (\vec{\imath}, \overrightarrow{OM})$

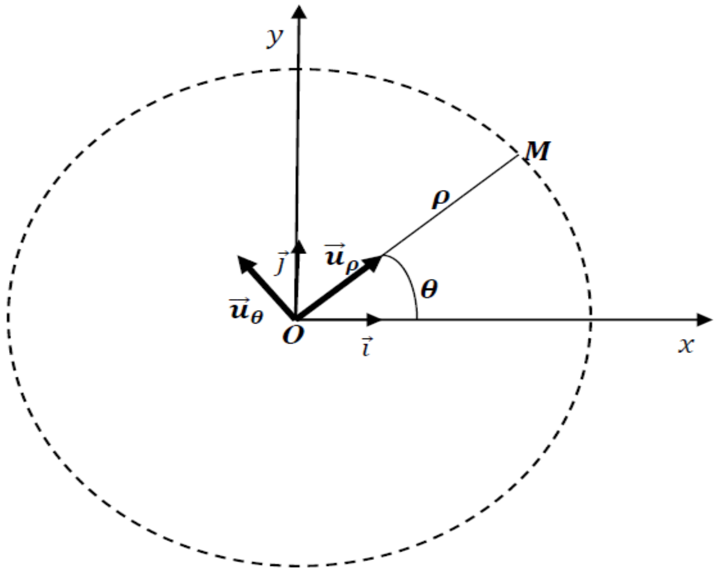

Figure 3 : coordonnées polaires

Conversion entre système polaire et cartésien

$$\begin{cases} x = \rho.cos\theta \\ y = \rho.sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = arctg\frac{y}{x} \\ \theta = arccos\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ \theta = arcsin\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{u}_\rho = cos\theta\vec{\imath} + sin\theta\vec{\jmath} \\ \vec{u}_\theta = -sin\theta\vec{\imath} + cos\theta\vec{\jmath} \end{cases}$$

1-a) Caractéristiques du mouvement en coordonnées polaires

- **Vecteur position**

$\overrightarrow{OM} = \rho\vec{u}_\rho$

- **Vecteur vitesse**

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}[\rho\vec{u}_\rho] = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\frac{d\vec{u}_\rho}{dt}$$

$$\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \frac{d\vec{u}_\rho}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}(-sin\theta\vec{\imath} + cos\theta\vec{\jmath}) = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

Donc : $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta$

$$\vec{V} = \begin{cases} V_\rho = \dot{\rho} \\ V_\theta = \rho\dot{\theta} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \|\vec{V}\| = \sqrt{(\dot{\rho})^2 + (\rho\dot{\theta})^2}$$

- **Vecteur accélération**

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}[\dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta] = \ddot{\rho}\vec{u}_\rho + \dot{\rho}\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\ddot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\dot{\theta}\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$$

$$\vec{a} = \ddot{\rho}\vec{u}_\rho + \dot{\rho}\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\ddot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\dot{\theta}\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$$

$$\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta \quad et \quad \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_\rho$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{u}_\theta$$

Soit $\vec{a}\begin{cases} a_\rho = \ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 \\ a_\theta = \rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \|\vec{a}\| = \sqrt{(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)^2 + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})^2}$

2) Coordonnées cylindriques :

Le système de coordonnées cylindriques est obtenu en complétant le système de coordonnées polaires (dans le plan xoy) par un troisième axe : l'axe oz avec sa coordonnée cartésienne z (appelée la cote). Tout point donné par ces coordonnées appartient à un cylindre de rayon ρ.

Base : $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{k})$

Coordonnées cylindriques d'un point M sont (ρ, θ, z) tel que

ρ : Coordonnée radiale avec $\rho > 0$: projection de OM dans le plan *(xoy)*

θ : Coordonnée angulaire avec $\theta \in [0, 2\pi]$:

Z : la cote

Le point M est situé sur un cylindre d'axe (oz) et de rayon ρ.

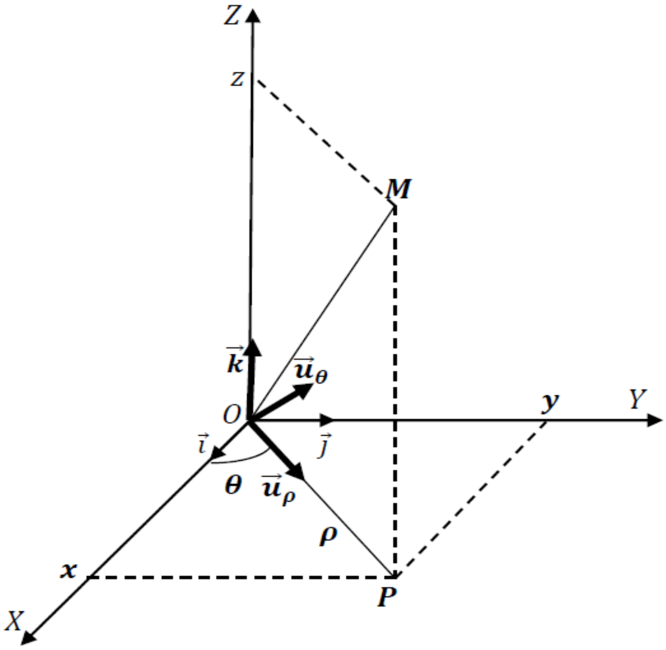

Figure 4 : Coordonnées cylindriques

Conversion entre système cylindrique et cartésien

$$\begin{cases} x = \rho.\cos\theta \\ y = \rho.\sin\theta \\ z = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = arctg\frac{y}{x} \\ \theta = arccos\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ \theta = arcsin\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{u}_\rho = \cos\theta\vec{\imath} + \sin\theta\vec{\jmath} \\ \vec{u}_\theta = -\sin\theta\vec{\imath} + \cos\theta\vec{\jmath} \\ \vec{u}_z = \vec{k} \end{cases}$$

2-a) Caractéristiques du mouvement en coordonnées cylindriques

- **Vecteur position**

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM} = \rho\vec{u}_\rho + z\vec{k}$$

$$\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{\rho^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- **Vecteur vitesse**

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}[\rho\vec{u}_\rho + z\vec{k}] = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \frac{d\vec{u}_\rho}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}(-\sin\theta\vec{\imath} + \cos\theta\vec{\jmath}) = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

Donc : $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{k}$

$$\vec{V}\begin{cases} V_\rho = \dot{\rho} \\ V_\theta = \rho\dot{\theta} \\ V_z = \dot{z} \end{cases} \Rightarrow \|\vec{V}\| = \sqrt{(\dot{\rho})^2 + (\rho\dot{\theta})^2 + (\dot{z})^2}$$

- **Vecteur accélération**

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta\right] = \ddot{\rho}\vec{u}_\rho + \dot{\rho}\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\ddot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\dot{\theta}\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} + \ddot{z}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{\rho}\vec{u}_\rho + \dot{\rho}\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\ddot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\dot{\theta}\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$$

$$\frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta \quad et \quad \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_\rho$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{u}_\theta + \ddot{z}\vec{k}$$

Soit $\vec{a}\begin{cases} a_\rho = \ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 \\ a_\theta = \rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta} \\ a_z = \ddot{z} \end{cases} \Rightarrow \|\vec{a}\| = \sqrt{(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)^2 + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})^2 + (\ddot{z})^2}$

5) L'abscisse curviligne et la base de Frenet

Dans le cas d'un mouvement curviligne il est utile d'utiliser l'abscisse curviligne pour repérer la position du point matériel. Pour cela, on fixe un point *O* de la trajectoire orientée. L'abscisse curviligne s*(t)* est alors définie comme étant la distance curviligne du point fixe *O* au point *M(t)* qu'occupe le point matériel à l'instant t :

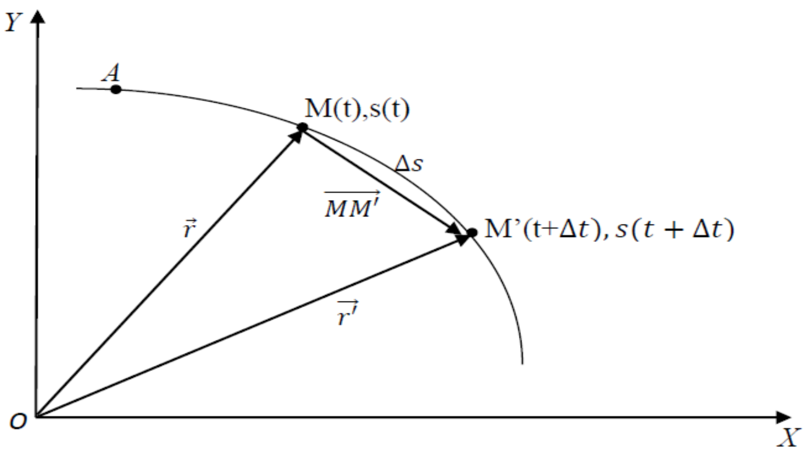

Figure 5 : Abscisse curviligne

5-a) Caractéristiques du mouvement en coordonnées curvilignes

D'après la figure 5, on a

$\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ à l'instant *t*

$\overrightarrow{OM'} = \vec{r'}$ à l'instant $t' = t + \Delta t$

L'abscisse curviligne : $s(t) = \widehat{OM}$

Le déplacement curviligne $\widehat{MM'} = s'^{(t)} - s(t) = \Delta s$

Et soit $\vec{r'} - \vec{r} = \Delta\vec{r}$

La base de Frenet est formée des vecteurs unitaires $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$ tel que :

$\vec{u}_T$ est le vecteur unitaire tangentiel.

$\vec{u}_N$ est est le vecteur unitaire normal.

$\vec{u}_T = \frac{d\overrightarrow{OM}}{ds}$ et $\vec{u}_N = R_c \frac{d\vec{u}_T}{ds}$

R_c est le rayon de courbure de la trajectoire au point considéré.

- **Vecteur vitesse**

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}\frac{\Delta s}{\Delta s} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta s}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta s} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Car $\Delta t \to 0 \Rightarrow \Delta s \to 0$

Donc $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt}\vec{u}_T \Rightarrow \|\vec{V}\| = \left|\frac{ds}{dt}\right|$ et $\vec{V} = \|\vec{V}\|\vec{u}_T = V\vec{u}_T$

- **Vecteur accélération**

Le vecteur accélération dans la base de Frenet est donné par :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(\|\vec{V}\|\vec{u}_T) = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}\vec{u}_T + \|\vec{V}\|\frac{d\vec{u}_T}{dt}$$

$$\frac{d\vec{u}_T}{dt} = \frac{d\vec{u}_T}{ds}\frac{ds}{dt} = V.\frac{1}{R_c}\vec{u}_N$$

Alors $\vec{a} = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}\vec{u}_T + \frac{V^2}{R_c}\vec{u}_N$

Soit $\vec{a}\begin{cases} a_T = \frac{dV}{dt} & \textit{composante tangentielle} \\ a_N = \frac{V^2}{R_c} & \textit{composante normale} \end{cases} \Rightarrow \|\vec{a}\| = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$

V. Exemples de mouvements

1. Mouvement rectiligne uniforme

Ce mouvement est caractérisé par une accélération nulle $\vec{a} = \vec{0}$

Par conséquent :

- Trajectoire rectiligne
- $V(t) = \int_{V_0}^{V} dV = \int_0^t adt = cte = V_0$
- $x(t) = \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t Vdt = V_0 t + x_0$

2. Mouvement rectiligne uniformément varié

Ce mouvement caractérisé par une accélération constante *a=cte.*

Par conséquent :

- Trajectoire rectiligne
- $V(t) = \int_{V_0}^{V} dV = \int_0^t adt = at + V_0$
- $x(t) = \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t Vdt = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$
- $V^2 - {V_0}^2 = 2a(x - x_0)$

3. Mouvement rectiligne sinusoïdal

Ce mouvement est périodique de période *T* et son équation horaire (élongation) est donnée par :

$x(t) = Acos(\omega t + \varphi)$ tels que

A : l'amplitude et le mobile oscille entre *–A* et *+A.*

$\varphi(t) = \omega t + \varphi$: La phase instantanée (à l'instant t)

φ : La phase initiale ($\varphi(t = 0)$)

ω : La pulsation (rad/s) et $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

f : La fréquence (Hz).

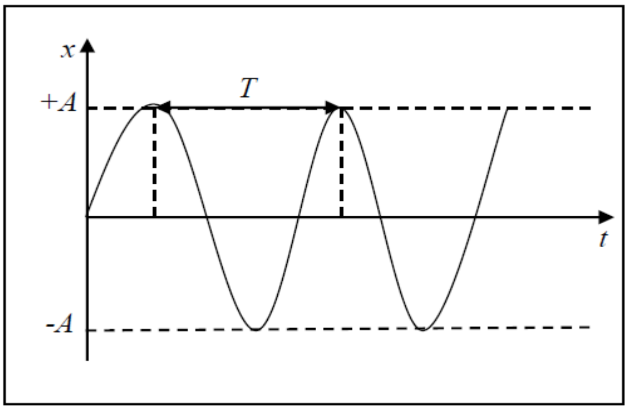

Figure 6 : Mouvement rectiligne sinusoïdal

Par conséquent

- $\dot{x}(t) = -A\omega sin(\omega t + \varphi)$
- $\ddot{x}(t) = -A\omega^2 cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t)$
- $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$: L'équation différentielle de mouvement.

4. Mouvement circulaire

On considère le mouvement d'un point matériel M dont la trajectoire est un cercle dans le plan Oxy de centre O et de rayon R.

Le vecteur position s'écrit dans la base cartésienne

$\overrightarrow{OM} = Rcos\theta\vec{\imath} + Rsin\theta\vec{\jmath}$

Ou dans la base polaire

$\overrightarrow{OM} = R\vec{u}_\rho$ avec $\vec{u}_\rho = -\vec{u}_N$

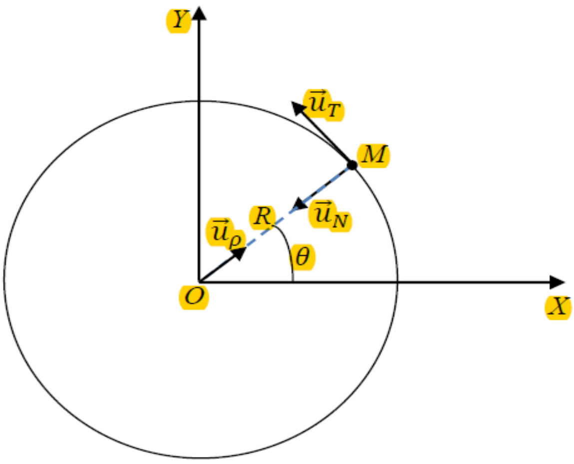

Figure 7 : Mouvement circulaire

Par conséquent

- $ds = Rd\theta$
- $\vec{V}(t) = R.\frac{d\theta}{dt}\vec{u}_T$ $\Rightarrow$ $V = R\omega$ où $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ est la vitesse angulaire
- Si La rotation s'effectue autour de l'axe OZ, on définit le vecteur rotation $\vec{\omega}$ telque $\vec{\omega} = \omega\vec{k} = \frac{d\theta}{dt}\vec{k}$
- On peut montrer que : $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM}$
- $\vec{a}(t) = \frac{dV}{dt}\vec{u}_T + \frac{V^2}{R}\vec{u}_N = R\frac{d\omega}{dt}\vec{u}_T + R\omega^2\vec{u}_N$

Remarque

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme la vitesse angulaire est constante, c.à.d. que l'accélération angulaire est nulle :

$$\omega = cte \quad \Rightarrow \quad \frac{d\omega}{dt} = 0$$

L'accélération tangentielle étant nulle et l'accélération n'a que la composante normale.

$$\vec{a}(t) = R\omega^2\vec{u}_N$$

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, l'accélération est toujours normale à la trajectoire et orientée vers le centre du cercle. C'est une accélération centripète.

I. Mouvement à accélération centrale

Un mouvement est dit à accélération centrale si à tout instant le vecteur accélération (force) est toujours dirigé vers un point fixe C appelé : centre des accélérations.

$$\vec{a}//\overrightarrow{CM} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a}\wedge\overrightarrow{CM} = \vec{0}$$

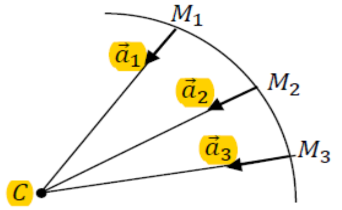

Figure 8 : Mouvement à accélération centrale