

METHODE PLANNING DE PERT

1°) GENERALITES

Dans le cas de fabrications non répétitives et très complexes , (prototypes, avions , grands ensembles en construction , etc) , on utilisera la **méthode dite du chemin critique** dont la plus utilisée est la **méthode P.E.R.T.**

Cette méthode a été mise au point en 1957 aux Etats-Unis, lors du développement du missile POLARIS. Ce projet mobilisait 250 fournisseurs principaux et environ 9000 sous-traitants. Le délai initial prévu de 6 ans a pu être ramené à 2 années et demi.



P.E.R.T : Program Evaluation Review Technique
 TECHNIQUE d'ELABORATION et de MISE à JOUR de PROGRAMME

2°) BUT de la Méthode P.E.R.T

Définir le délai total d'accomplissement de l'oeuvre et éventuellement proposer des moyens pour le réduire .

Connaitre les conséquences du changement de la durée d'une tâche partielle .

Evaluer les moyens à mettre en oeuvre .

Etablir une relation entre les délais et les coûts .

3°) Domaine d'Application de la Méthode P.E.R.T

Dans le Batiment (grands ensembles , hôpitaux , etc)

Dans les Travaux Public (routes , ponts , etc)

Pour l'Ordonnancement de prototypes .

En Maintenance pour coordonner les tâches de plusieurs équipes de spécialités différentes .

METHODE PLANNING DE PERT

4°) Conditions de mise en oeuvre de la Méthode P.E.R.T

*L'oeuvre doit être divisée en **tâches partielles** .*

*La **durée** de chaque tâche doit être **connue** .*

*L'**étude technique** doit **préciser** si certaines **tâches** doivent être **impérativement effectuées avant** certaines autres tâches*

5°) Principe de la Méthode basée sur une Représentation Graphique

Sur le Graphique ou Diagramme apparaîtront les liaisons entre les différentes tâches de l'oeuvre à réaliser .

6°) Définitions et Conventions de Représentation

 **Tâche** Une tâche fait évoluer l'oeuvre vers son état final , elle consomme donc du temps , de l'énergie , de la matière et de ce fait coûte .

Chaque tâche est représentée par une flèche (segment orienté dans le sens de l'écoulement du temps) dont la longueur est indépendante de la durée de la tâche .

Symbole : 

A = Identification de la tâche

5 = Durée de la tâche

 **Tâche fictive** Une tâche fictive représente une contrainte entre tâches non indépendantes .

Chaque tâche fictive est représentée par une flèche pointillée , sa durée est nulle , elle ne consomme aucune ressource , elle ne coûte donc rien .

Symbole : 

ETAPE

On appelle étape le début ou la fin d'une tâche . Une étape sera représentée par un cercle ou une autre figure géométrique .

Une étape est de durée nulle , elle ne coûte donc rien .

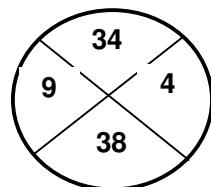
Symbolo :

9 = Identification de l'étape

34 = Date au plus tôt

38 = Date au plus tard

4 = Marge totale

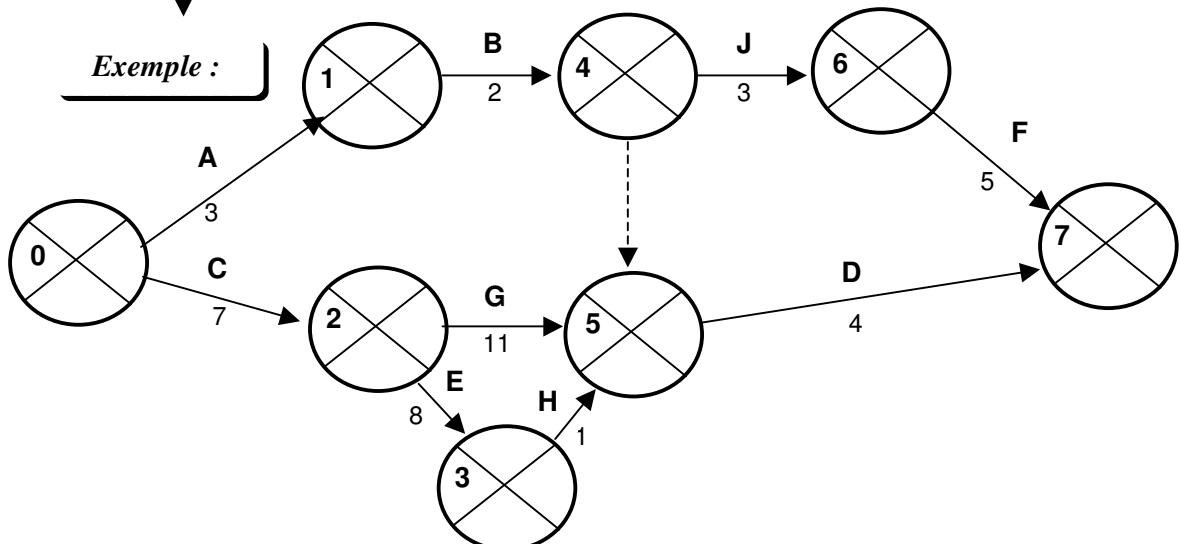


RESEAU

C'est l'ensemble des tâches et des étapes qui représente l'oeuvre .

Le réseau met en évidence les relations entre les tâches et les étapes .

Exemple :

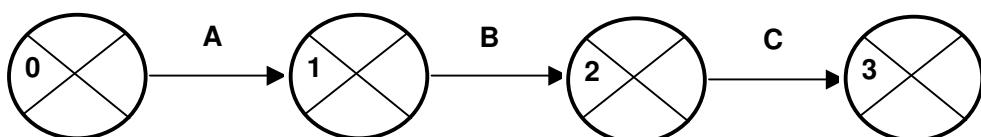


Par Convention :

Des tâches **CONSECUTIVES** sont des tâches qui se suivent.

Des tâches **ANTERIEURES** sont des tâches qui , par rapport à une autre , doivent être réalisées avant .

Les **ANTERIORITES IMMEDIATES** sont appelées **ANTECEDENTES**



A et **B** sont antériorités de **C**

B est antécédente de **C**

METHODE PLANNING DE PERT

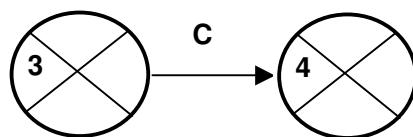
7°) Conventions de Constructions du Planning P.E.R.T



1ère Convention

**TOUTE TACHE A UNE ETAPE DEBUT POUR ORIGINE ET UNE
ETAPE FIN POUR EXTREMITE**

Exemple :



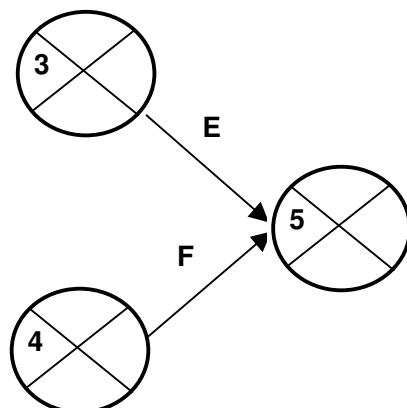
La tâche C commence à l'étape 3 et se termine à l'étape 4



2ème Convention

**UNE ETAPPE NE PEUT ETRE ATTEINTE QUE LORSQUE LES
TACHES QUI LA PRECEDENT SONT TOUTES TERMINEES**

Exemple :



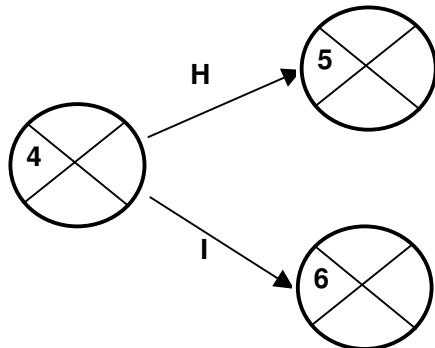
L'étape 5 ne sera atteinte que lorsque les tâches E et F seront terminées .



3ème Convention

AUCUNE TACHE NE PEUT COMMENCER TANT QUE L'ETAPE SITUEE A SON ORIGINE N'EST PAS ATTEINTE .

Exemple :



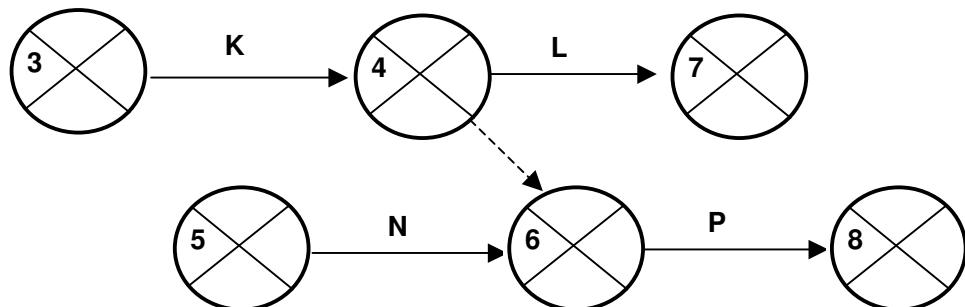
Les tâches H et I ne pourront commencer que lorsque l'étape 4 sera atteinte .



4ème Convention

L'ETAPE SITUEE A L'EXTREMITE D'UNE FICTIVE NE PEUT ETRE ATTEINTE QU'APRES L'ETAPE SITUEE A SON ORIGINE .

Exemple :



L'étape 6 ne peut être atteinte que :

lorsque l'étape 4 est atteinte ,
et lorsque la tâche N est terminée .

Lecture :

La tâche L a pour antécédente K

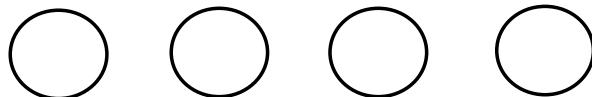
La tâche P a pour antécédente N et K .

METHODE PLANNING DE PERT

**APPLICATION N°1 POSITIONNER LES TACHES DANS
LES DIFFERENTS EXERCICES PROPOSES CI-DESSOUS .**

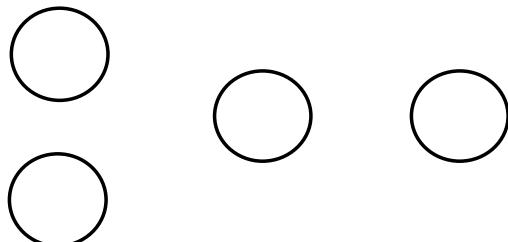
Exercice n°1 :

A a pour antériorité B
B a pour antériorité Z



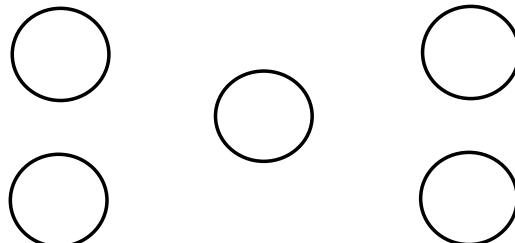
Exercice n°2 :

La tâche B a pour antériorités
A et Z



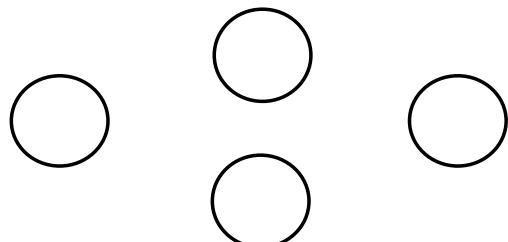
Exercice n°3 :

Les tâches K et A ont pour
antériorités L et B



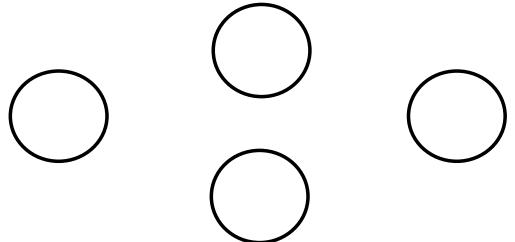
Exercice n°4 :

La tâche Z a pour antériorités A et
B
La tâche L a pour antériorité B



Exercice n°5 :

La tâche Z a pour antériorité A
La tâche L a pour
antériorités A et B



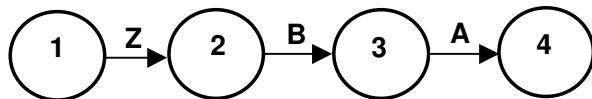
METHODE PLANNING DE PERT



CORRIGE N°1 POSITIONNER LES TACHES DANS LES DIFFERENTS EXERCICES PROPOSES CI-DESSOUS .

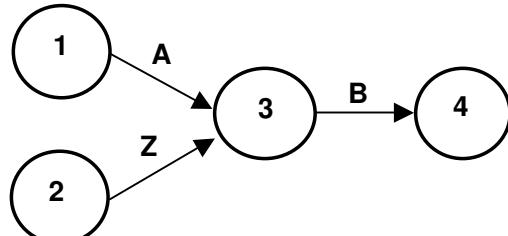
Exercice n°1 :

A a pour antériorité B
B a pour antériorité Z



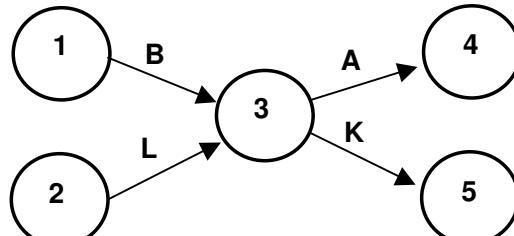
Exercice n°2 :

La tâche B a pour antériorités
A et Z



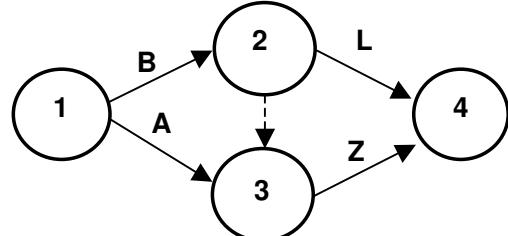
Exercice n°3 :

Les tâches K et A ont pour
antériorités L et B



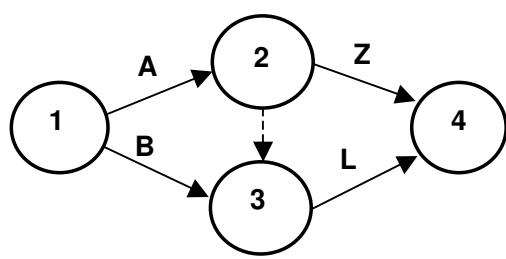
Exercice n°4 :

La tâche Z a pour antériorités A et
B
La tâche L a pour antériorité B



Exercice n°5 :

La tâche Z a pour antériorité A
La tâche L a pour antériorités A et
B



METHODE PLANNING DE PERT

8°) Recherche des Rangs ou Niveaux

⇒ **Sont de RANG 1 :**

Les tâches qui n'ont pas de tâches antérieures .

⇒ **Sont de RANG 2 :**

Les tâches qui ont pour antécéduentes les tâches de rang 1 .

⇒ **Sont de RANG 3 :**

Les tâches qui ont pour antécéduentes les tâches de rang 2 .

⇒ **LA MEME LOGIQUE EST A APPLIQUER JUSQU'AUX DERNIERES TACHES .**

CAS PARTICULIER : Lorsqu'une tâche a plusieurs antécéduentes , on prend la tâche de rang le plus élevé .



APPLICATION N°2 CLASSER LES TACHES DANS LEURS DIFFERENTS RANGS .

<u>Antériorités</u>	<u>Opération</u>	<u>Rang</u>
Rien	A	
A C	B	
Rien	C	
C	D	

<u>1er RANG</u>	<u>2éme RANG</u>
.....

<u>Antériorités</u>	<u>Opération</u>	<u>Rang</u>
Rien	A	
A	B	
Rien	C	
A C	D	
A C	E	

<u>1er RANG</u>	<u>2éme RANG</u>
.....

<u>Antériorités</u>	<u>Opération</u>	<u>Rang</u>
Rien	A	
A	B	
B E G	C	
Rien	D	
Rien	E	
E G	F	
A D	G	
E	H	

<u>1er RANG</u>	<u>2éme RANG</u>	<u>3éme RANG</u>
.....

METHODE PLANNING DE PERT

7bis/14

8°) Recherche des Rangs ou Niveaux

⇒ **Sont de RANG 1 :**

Les tâches qui n'ont pas de tâches antérieures .

⇒ **Sont de RANG 2 :**

Les tâches qui ont pour antécéduentes les tâches de rang 1 .

⇒ **Sont de RANG 3 :**

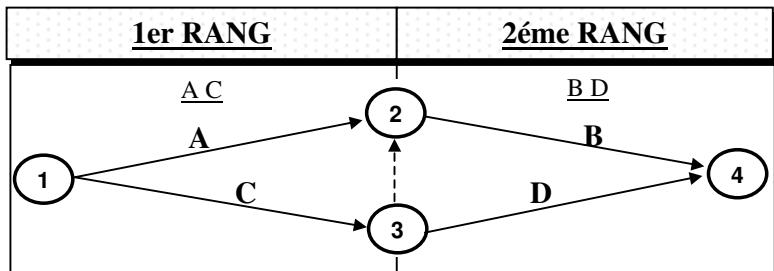
Les tâches qui ont pour antécéduentes les tâches de rang 2 .

⇒ **LA MEME LOGIQUE EST A APPLIQUER JUSQU'AUX DERNIERES TACHES .**

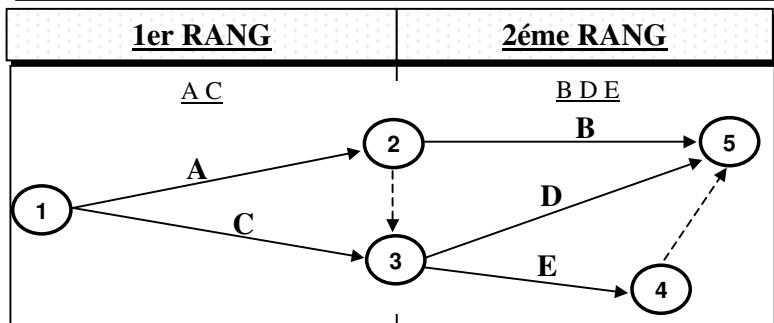
CAS PARTICULIER : Lorsqu'une tâche a plusieurs antécéduentes , on prend la tâche de rang le plus élevé .

⇒ **CORRIGE N°2 CLASSER LES TACHES DANS LEURS DIFFERENTS RANGS .**

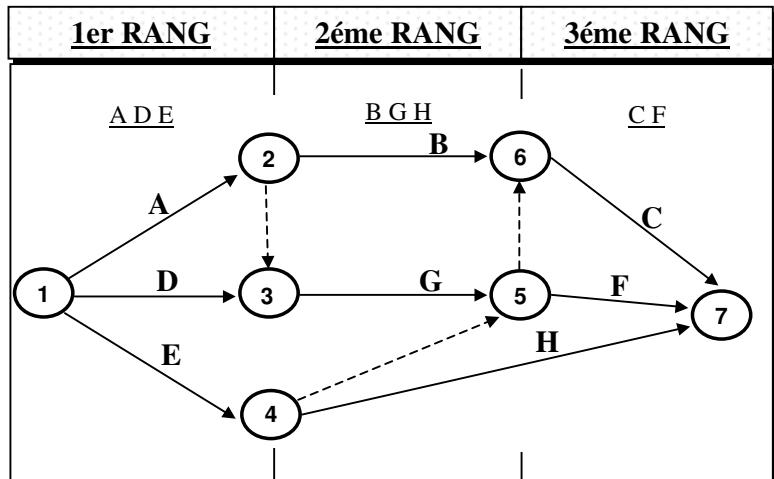
<u>Antériorités</u>	<u>Opération</u>	<u>Rang</u>
Rien	A	1
A1 C1	B	2
Rien	C	1
C	D	2



<u>Antériorités</u>	<u>Opération</u>	<u>Rang</u>
Rien	A	1
A	B	2
Rien	C	1
A1 C1	D	2
A1 C1	E	2



<u>Antériorités</u>	<u>Opération</u>	<u>Rang</u>
Rien	A	1
A1	B	2
B2 E1 G2	C	3
Rien	D	1
Rien	E	1
E1 G2	F	3
A1 D1	G	2
E1	H	2



9°) Construction du Réseau P.E.R.T avec Calcul des Dates au plus tôt et au plus tard .

APPLICATION N°3

- 1°) Déterminer les niveaux des différentes tâches .
- 2°) Tracer le réseau (méthode P.E.R.T)
- 3°) Calculer les dates au plus tôt , les dates au plus tard .
- 4°) Mettre en évidence le CHEMIN CRITIQUE

<u>REP Opération</u>	<u>TACHES</u>	<u>DUREE</u>	<u>ANTERIORITES</u>	<u>RANG</u>
A	X	4	rien	
B	X	1	A	
C	X	6	A	
D	X	2	A	
E	X	7	A	
F	X	3	B	
G	X	4	C	
H	X	7	C	
I	X	3	D J	
J	X	4	E	
K	X	8	E	
L	X	1	F G	
M	X	2	H I K L	

METHODE PLANNING DE PERT

9/14



APPLICATION N°3

TRACE DU RESEAU

NIVEAU :	NIVEAU :	NIVEAU :	NIVEAU :
_____	_____	_____	_____

OBSERVATIONS :

METHODE PLANNING DE PERT

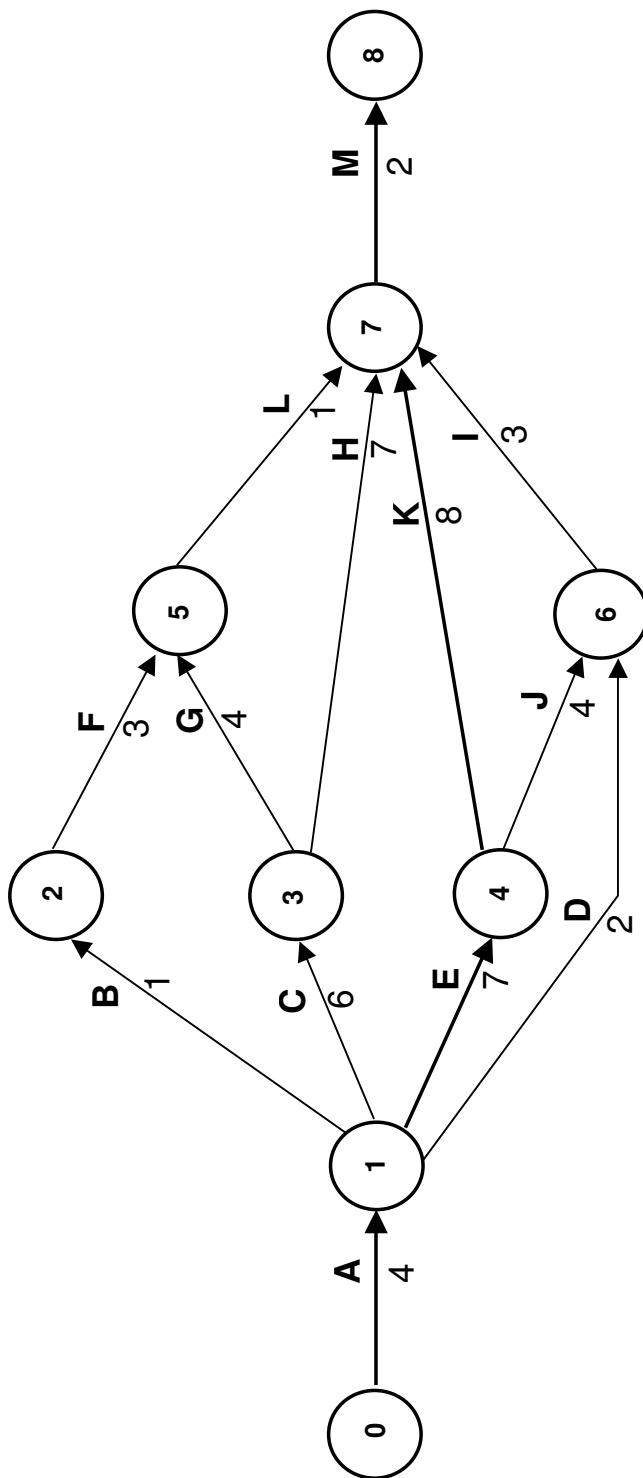
9bis/14



CORRIGE N°3

TRACE DU RESEAU

NIVEAU: 1	NIVEAU: 2	NIVEAU: 3	NIVEAU: 4	NIVEAU: 5	NIVEAU:
A	B C D E	F G H J K	I L	M	



OBSERVATIONS :

CALCUL DES DATES AU PLUS TARD
avec DETERMINATION DU CHEMIN CRITIQUE



CALCUL DES DATES AU PLUS TOT

Au dessous , à gauche du symbole de chaque étape , porter la date au plus tôt de l'étape ; c'est la date à laquelle l'étape peut être atteinte au plus tôt .

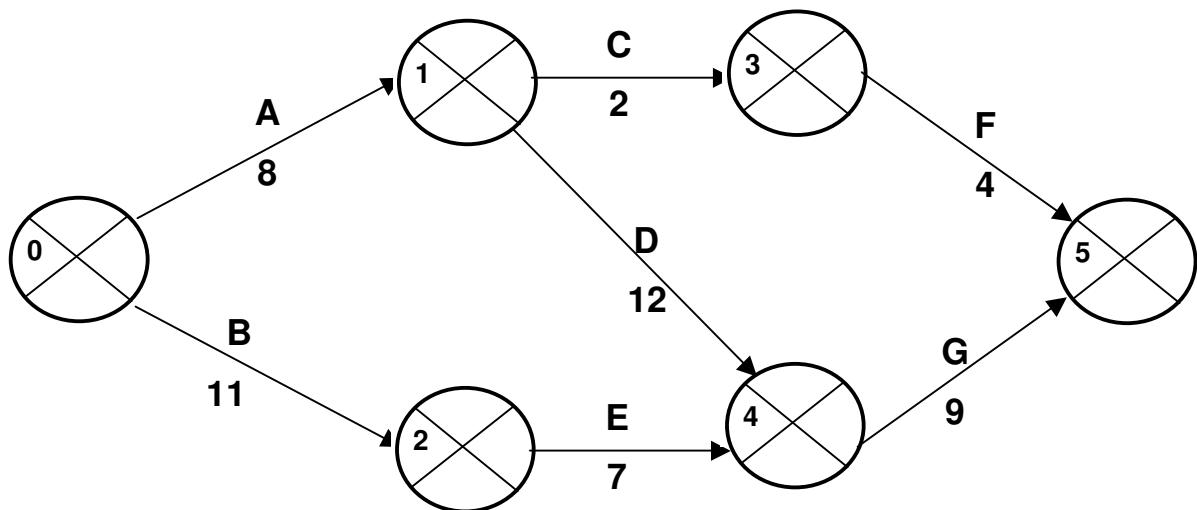
$$\text{DATE AU PLUS TOT D'UNE ETAPE} = \text{DATE AU PLUS TOT DE L'ETAPE PRECEDENTE} + \text{DUREE DE LA TACHE COMPRISE ENTRE LES 2 ETAPES}$$

On procède dans l'ordre croissant des étapes .

Quand il y a plusieurs tâches convergentes , on ne retient que la valeur la plus grande .

La date de la dernière étape représente le temps normal d'exécution .

EXEMPLE DE CALCUL :



Le calcul part de l'origine , étape 0 , au temps 0 .

L'étape 1 , n'est reliée à l'origine que par la tâche A , qui dure 8 jours .

L'étape 1 est donc atteinte au plus tôt à : $0 + 8 = 8$ jours .

L'étape 2 est atteinte au plus tôt à : $0 + 11 = 11$ jours .

L'étape 4 est atteinte par 2 " chemins " : A + D et B + E soit : $8 + 12 = 20$ jours et $11 + 7 = 18$ jours .

Pour que l'étape 4 soit atteinte , il faut que D et E soient achevées ; on prend donc 20 jours .

Le calcul se poursuit en utilisant cette même méthode .



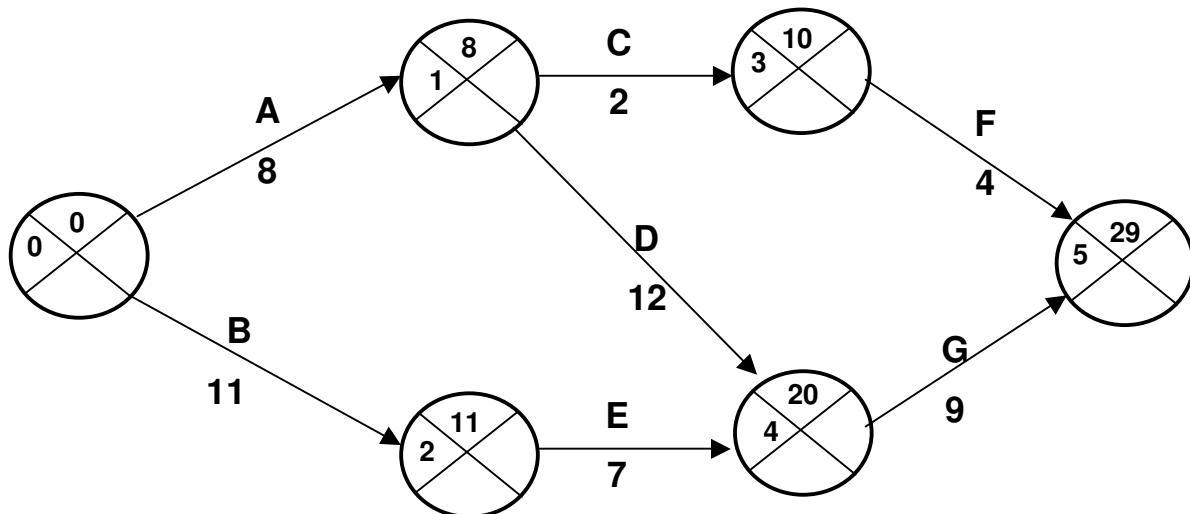
CALCUL DES DATES AU PLUS TARD

Au dessous , à droite du symbole de chaque étape , porter la date au plus tard de l'étape ; c'est la date à laquelle l'étape peut être atteinte au plus tard .

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{DATE AU PLUS} \\ \text{TARD} \\ \text{D'UNE ETAPPE} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{DATE AU PLUS TARD} \\ \text{DE L'ETAPE SUIVANTE} \end{array}} - \boxed{\begin{array}{c} \text{DUREE DE LA TACHE} \\ \text{COMPRISE ENTRE LES 2} \\ \text{ETAPES} \end{array}}$$

- # On procède dans l'ordre décroissant des étapes .
- # Quand il y a plusieurs dates au plus tard à une étape , on ne retient que la valeur la plus petite .
- # A l'étape 0 la date au plus tard doit être 0 .

EXEMPLE DE CALCUL :



- # Le calcul part de l'étape finale et remonte vers le début du projet .
- # Pour l'étape 3 on a : $29 - 4 = 25$ jours .
- # Pour l'étape 4 on a : $29 - 9 = 20$ jours .
- # Pour l'étape 2 on a : $20 - 7 = 13$ jours .
- # Pour l'étape 1 on a : $20 - 12 = 8$ jours .
 $25 - 2 = 23$ jours . ; on retient donc 8 jours .
- # Pour l'étape 0 on a : $8 - 8 = 0$ jours .
 $13 - 11 = 2$ jours . ; on retient donc 0 jours .



CALCULS DES DIFFERENTES MARGES

#**La marge totale :** C'est le retard maximum que peut prendre une tâche sans porter atteinte au plus tard de la tâche suivante (donc sans retarder la fin des travaux).

C'est la différence entre la date au plus tard et la date au plus tôt.

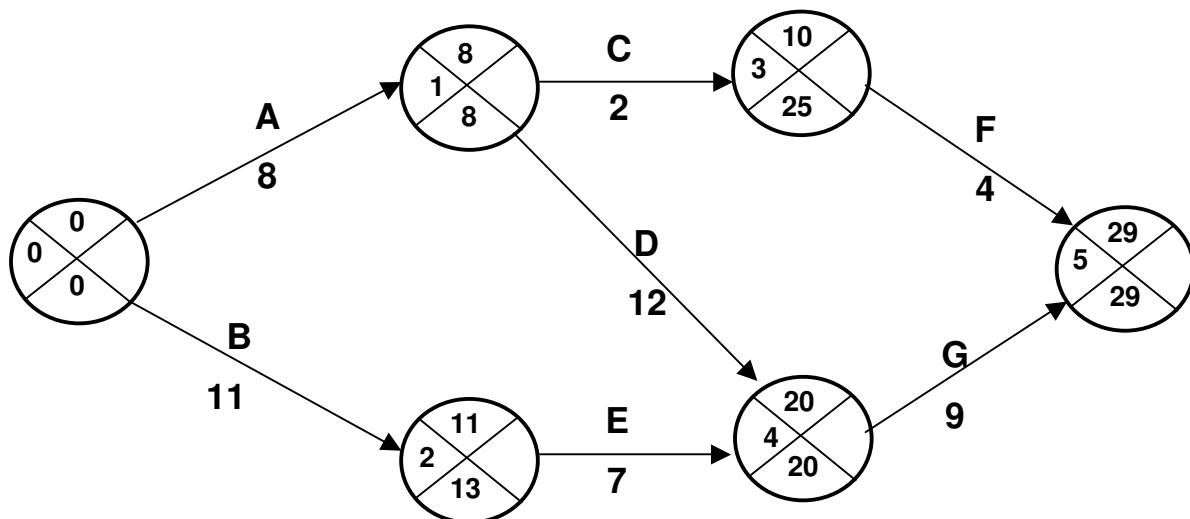
$$MT(t) = Dd+td(t) - Dd+tt(t) = Df+td(t) - Df+tt(t)$$

#**La marge libre :** C'est le retard maximum que peut prendre une tâche sans porter atteinte au plus tôt de la tâche suivante.

$$ML(t) = Dd+tt(t+1) - Dd+tt(t) - D(t)$$



LA MARGE TOTALE



Le calcul de la marge totale de la tâche A sera : $8 - 8 = 0 - 0$ soit 0

Le calcul de la marge totale de la tâche B sera : $11 - 0$ soit 11

Le calcul de la marge totale de la tâche C sera : $25 - 10$ soit 15

Le calcul de la marge totale de la tâche D sera : $20 - 20 = 8 - 8$ soit 0

Le calcul de la marge totale de la tâche E sera : $20 - 11$ soit 9

Le calcul de la marge totale de la tâche F sera : $25 - 10$ soit 15

Le calcul de la marge totale de la tâche G sera : $29 - 20 = 20 - 20$ soit 0

Le calcul de la marge libre de la tâche A sera : $(8 - 0) - 8 = 0$ soit 0

Le calcul de la marge libre de la tâche B sera : $(11 - 0) - 11 = 0$ soit 0

Le calcul de la marge libre de la tâche C sera : $(10 - 8) - 2 = 0$ soit 0

Le calcul de la marge libre de la tâche D sera : $(20 - 8) - 12 = 0$ soit 0

Le calcul de la marge libre de la tâche E sera : $(20 - 11) - 7 = 2$ soit 2

Le calcul de la marge libre de la tâche F sera : $(29 - 10) - 4 = 15$ soit 15

Le calcul de la marge libre de la tâche G sera : $(29 - 20) - 9 = 0$ soit 0

➡ EXPLOITATION DU RESEAU

CONSTATATIONS :

On peut remarquer que certaines étapes présentent des dates au plus tôt DIFFERENTES des dates au plus tard , cela traduit une MARGE qui autorise une certaine souplesse dans la réalisation des tâches .

EXEMPLE : L'étape 15 sera atteinte au plus tôt 10 jours après le début du projet , mais pourrait être atteinte au plus tard 25 jours après le début du projet .

Quand la date au plus tôt est identique à la date au plus tard , la marge est NULLE et on dit que l' ETAPÉ est CRITIQUE .

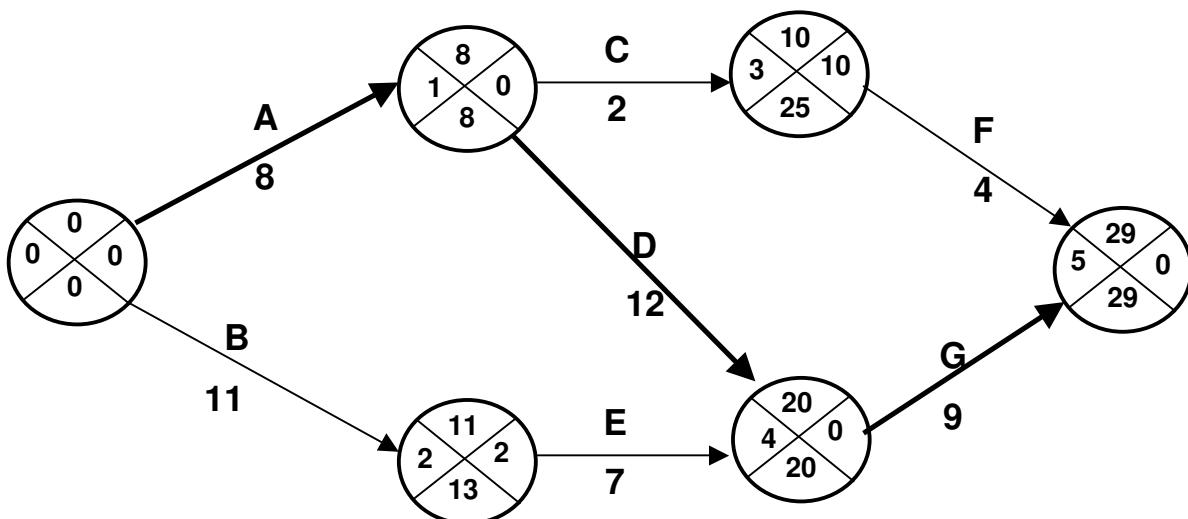
➡ LE CHEMIN CRITIQUE

C'est le chemin formé par les étapes de marge nulle .

Pour un même projet , il peut y avoir plusieurs CHEMINS CRITIQUES .

Le chemin critique devra être tracé de l'étape 0 à l'étape finale du projet , en reliant toutes les ETAPES CRITIQUES .

Par convention on le représente par une flèche orientée rouge barrée de 2 traits .



METHODE PLANNING DE PERT

LA METHODE MPM

Le MPM (méthode des potentiels métra) est méthode proche du PERT qui sert également à déterminer et diminuer la durée de réalisation d'un projet.

La différence entre ces deux méthodes sera un changement au niveau de la représentation du graphe. Ici, les tâches seront représentées par des sommets et les flèches définiront les liens d'antériorités. On notera également la disparition des tâches fictives.

On trouvera les mêmes paramètres que pour le PERT avec les dates au plus tôt et au plus tard, les marges libres et totales et le chemin critique.

SYMBOLISATION

