

SERIE 2 : Analyse Combinatoire

Exercice 1 : nous avons une plaque d'immatriculation des véhicules du type

A	M	1	2	3
---	---	---	---	---

 commençant par 2 lettres de l'alphabet et se terminant par 3 chiffres. Combien de plaques différentes peut-on avoir si :

- a) Aucune condition n'est exigée.
- b) Le premier chiffre doit être différent de 0.
- c) Les lettres de l'alphabet doivent être distinctes.

Exercice 2 : a partir des chiffres 1, 2, 3, 4, 5 ,7.

- 1) Combien peut-on former de nombres de 6 chiffres ?
- 2) a) Parmi eux, combien sont pairs ? b) impairs ? c) divisibles par 5 ? d) supérieurs à 3×10^5 ?
e) impairs ou inférieurs à 3×10^5 ?

Exercice 3 :

1) Nous avons 3 livres de maths et 4 d'informatique, tous distincts. De combien de façons différentes peut-on les ranger sur une étagère si :

- a) Aucune condition n'est exigée.
 - b) Les livres de chaque matière sont mis côté à côté.
- 2) Reprendre les questions a) et b) si nous avons 3 livres de maths, 4 d'informatique et 5 de physique.

Exercice 4 : une assemblée communale est composée de 12 membres : 8 hommes et 4 femmes.

On veut créer une commission composée de 5 membres. De combien de façons différentes peut-on la faire si :

- a) Aucune condition n'est exigée.
- b) La commission doit comporter au moins 2 femmes.
- c) La commission doit comporter au plus 3 hommes.

SERIE 2 : le Corrigé

Exercice 1 : on a 26 lettres de l'alphabet et 10 chiffres

A	M	1	2	3
↓	↓	↓	↓	↓

26 26 10 10 10

possibilités pour remplir chacune des cases

a) $26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 = 676000$ b) $26 \times 26 \times 26 \times 9 \times 10 \times 10 = 608400$ c) $26 \times 25 \times 10 \times 10 \times 10 = 650000$.

Exercice 2 :

1)) On a $6^6 = 46656$ façons de remplir le tableau

6	6	6	6	6	6
---	---	---	---	---	---

2) a) les nombres pairs se terminent par 2 ou par 4, réponse = $6^5 \times 2 = 15552$

6	6	6	6	6	2
---	---	---	---	---	---

b) $6^5 \times 4 = 31104$ c) $6^5 \times 1 = 7776$ d) le premier chiffre doit être supérieur (strictement) à 3 donc on a $2 \times 6^5 = 15552$. e) plusieurs manière mais on considère le nombre total moins les nombres pairs supérieurs ou égaux à 3×10^5 soit $4 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 2 = 10368$

Exercice 3 :

1) a) arrangements de 7 livres $7! = 5040$ b) $2 \times 3! \times 4! = 288$ (maths à gauche ou à droite)

2) a) arrangements de 12 livres $12! = 479001600$

b) $3! \times (3! \times 4! \times 5!) = 103680$

nous avons 3 matières donc 3! façons de les disposer sur l'étagère et 3! façons de disposer les livres de maths ensembles et 4! façons de disposer les livres d'informatiques entre eux et 5! ceux de physiques

Exercice 4 :

a) combinaisons sans répétitions de 5 éléments parmi 12 :

$$C_{12}^5 = \frac{12!}{7!5!} = 792$$

$$\text{b) } C_4^2 \times C_8^3 + C_4^3 \times C_8^2 + C_4^4 \times C_8^1$$

(on doit choisir 2 femmes parmi 5 et donc compléter par 2 hommes parmi 8) ou (3 femmes parmi 5 et 2 hommes parmi 8) ou (4F et 1H)

$$\text{c) } C_8^1 \times C_4^4 + C_8^2 \times C_4^3 + C_8^3 \times C_4^2$$

(on doit choisir 1 homme parmi 8 et donc compléter par 4 femmes parmi 5) ou (2 hommes parmi 8 et 2 femmes parmi 5) ou (3H et 2F)

SERIE 2 : le Corrigé

Exercice 1 : on a 26 lettres de l'alphabet et 10 chiffres

A	M	1	2	3
↓	↓	↓	↓	↓

26 26 10 10 10

possibilités pour remplir chacune des cases

a) $26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 = 676000$ b) $26 \times 26 \times 26 \times 9 \times 10 \times 10 = 608400$ c) $26 \times 25 \times 10 \times 10 \times 10 = 650000$.

Exercice 2 :

1)) On a $6^6 = 46656$ façons de remplir le tableau

6	6	6	6	6	6
---	---	---	---	---	---

2) a) les nombres pairs se terminent par 2 ou par 4, réponse = $6^5 \times 2 = 15552$

6	6	6	6	6	2
---	---	---	---	---	---

b) $6^5 \times 4 = 31104$ c) $6^5 \times 1 = 7776$ d) le premier chiffre doit être supérieur (strictement) à 3 donc on a $2 \times 6^5 = 15552$. e) plusieurs manière mais on considère le nombre total moins les nombres pairs supérieurs ou égaux à 3×10^5 soit $4 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 2 = 10368$

Exercice 3 :

1) a) arrangements de 7 livres $7! = 5040$ b) $2 \times 3! \times 4! = 288$ (maths à gauche ou à droite)

2) a) arrangements de 12 livres $12! = 479001600$

b) $3! \times (3! \times 4! \times 5!) = 103680$

nous avons 3 matières donc $3!$ façons de les disposer sur l'étagère et $3!$ façons de disposer les livres de maths ensembles et $4!$ façons de disposer les livres d'informatiques entre eux et $5!$ ceux de physiques

Exercice 4 :

a) combinaisons sans répétitions de 5 éléments parmi 12 :

$$C_{12}^5 = \frac{12!}{7!5!} = 792$$

b) $C_4^2 \times C_8^3 + C_4^3 \times C_8^2 + C_4^4 \times C_8^1$

(on doit choisir 2 femmes parmi 5 et donc compléter par 2 hommes parmi 8) ou (3 femmes parmi 5 et 2 hommes parmi 8) ou (4F et 1H)

c) $C_8^1 \times C_4^4 + C_8^2 \times C_4^3 + C_8^3 \times C_4^2$

(on doit choisir 1 homme parmi 8 et donc compléter par 4 femmes parmi 5) ou (2 hommes parmi 8 et 2 femmes parmi 5) ou (3H et 2F)