

SERIE 2 : Analyse Combinatoire

Exercice 1 : nous avons une plaque d'immatriculation des véhicules du type

A	M	1	2	3
---	---	---	---	---

 commençant par 2 lettres de l'alphabet et se terminant par 3 chiffres. Combien de plaques différentes peut-on avoir si :

- a) Aucune condition n'est exigée.
- b) Le premier chiffre doit être différent de 0.
- c) Les lettres de l'alphabet doivent être distinctes.

Exercice 2 : a partir des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 7.

- 1) Combien peut-on former de nombres de 6 chiffres ?
- 2) a) Parmi eux, combien sont pairs ? b) impairs ? c) divisibles par 5 ? d) supérieurs à 3×10^5 ? e) impairs ou inférieurs à 3×10^5 ?

Exercice 3 :

1) Nous avons 3 livres de maths et 4 d'informatique, tous distincts. De combien de façons différentes peut-on les ranger sur une étagère si :

- a) Aucune condition n'est exigée.
 - b) Les livres de chaque matière sont mis côte à côte.
- 2) Reprendre les questions a) et b) si nous avons 3 livres de maths, 4 d'informatique et 5 de physique.

Exercice 4 : une assemblée communale est composée de 12 membres : 8 hommes et 4 femmes.

On veut créer une commission composée de 5 membres. De combien de façons différentes peut-on le faire si :

- a) Aucune condition n'est exigée.
- b) La commission doit comporter au moins 2 femmes.
- c) La commission doit comporter au plus 3 hommes.

SERIE 2 : le Corrigé

Exercice 1 : on a 26 lettres de l'alphabet et 10 chiffres

A	M	1	2	3
↓	↓	↓	↓	↓

26 26 10 10 10

possibilités pour remplir chacune des cases

a) $26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 = 676000$ b) $26 \times 26 \times 26 \times 9 \times 10 \times 10 = 608400$ c) $26 \times 25 \times 10 \times 10 \times 10 = 650000$.

Exercice 2 :

1) On a $6^6 = 46656$ façons de remplir le tableau

6	6	6	6	6	6
---	---	---	---	---	---

2) a) les nombres pairs se terminent par 2 ou par 4, réponse = $6^5 \times 2 = 15552$

6	6	6	6	6	2
---	---	---	---	---	---

b) $6^5 \times 4 = 31104$ c) $6^5 \times 1 = 7776$ d) le premier chiffre doit être supérieur (strictement) à 3 donc on a $2 \times 6^5 = 15552$. e) plusieurs manière mais on considère le nombre total moins les nombres pairs supérieurs ou égaux à 3×10^5 soit $4 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 2 = 10368$

Exercice 3 :

1) a) arrangements de 7 livres $7! = 5040$

b) $2 \times 3! \times 4! = 288$ (maths à gauche ou à droite)

2) a) arrangements de 12 livres $12! = 479001600$

b) $3! \times (3! \times 4! \times 5!) = 103680$

nous avons 3 matières donc $3!$ façons de les disposer sur l'étagère et $3!$ façons de disposer les livres de maths ensemble et $4!$ façons de disposer les livres d'informatiques entre eux et $5!$ ceux de physiques

Exercice 4 :

a) combinaisons sans répétitions de 5 éléments parmi 12 :

$$C_{12}^5 = \frac{12!}{7!5!} = 792$$

$$b) C_4^2 \times C_8^3 + C_4^3 \times C_8^2 + C_4^4 \times C_8^1$$

(on doit choisir 2 femmes parmi 5 et donc compléter par 2 hommes parmi 8) ou (3 femmes parmi 5 et 2 hommes parmi 8) ou (4F et 1H)

$$c) C_8^1 \times C_4^4 + C_8^2 \times C_4^3 + C_8^3 \times C_4^2$$

(on doit choisir 1 homme parmi 8 et donc compléter par 4 femmes parmi 5) ou (2 hommes parmi 8 et 2 femmes parmi 5) ou (3H et 2F)

SERIE 2 : le Corrigé

Exercice 1 : on a 26 lettres de l'alphabet et 10 chiffres

A	M	1	2	3
↓	↓	↓	↓	↓

26 26 10 10 10

possibilités pour remplir chacune des cases

a) $26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 = 676000$ b) $26 \times 26 \times 26 \times 9 \times 10 \times 10 = 608400$ c) $26 \times 25 \times 10 \times 10 \times 10 = 650000$.

Exercice 2 :

1)) On a $6^6 = 46656$ façons de remplir le tableau

6	6	6	6	6	6
---	---	---	---	---	---

2) a) les nombres pairs se terminent par 2 ou par 4, réponse = $6^5 \times 2 = 15552$

6	6	6	6	6	2
---	---	---	---	---	---

b) $6^5 \times 4 = 31104$ c) $6^5 \times 1 = 7776$ d) le premier chiffre doit être supérieur (strictement) à 3 donc on a $2 \times 6^5 = 15552$. e) plusieurs manières mais on considère le nombre total moins les nombres pairs supérieurs ou égaux à 3×10^5 soit $4 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 2 = 10368$

Exercice 3 :

1) a) arrangements de 7 livres $7! = 5040$

b) $2 \times 3! \times 4! = 288$ (maths à gauche ou à droite)

2) a) arrangements de 12 livres $12! = 479001600$

b) $3! \times (3! \times 4! \times 5!) = 103680$

nous avons 3 matières donc $3!$ façons de les disposer sur l'étagère et $3!$ façons de disposer les livres de maths ensemble et $4!$ façons de disposer les livres d'informatiques entre eux et $5!$ ceux de physiques

Exercice 4 :

a) combinaisons sans répétitions de 5 éléments parmi 12 :

$$C_{12}^5 = \frac{12!}{7!5!} = 792$$

$$b) C_4^2 \times C_8^3 + C_4^3 \times C_8^2 + C_4^4 \times C_8^1$$

(on doit choisir 2 femmes parmi 5 et donc compléter par 2 hommes parmi 8) ou (3 femmes parmi 5 et 2 hommes parmi 8) ou (4F et 1H)

$$c) C_8^1 \times C_4^4 + C_8^2 \times C_4^3 + C_8^3 \times C_4^2$$

(on doit choisir 1 homme parmi 8 et donc compléter par 4 femmes parmi 5) ou (2 hommes parmi 8 et 2 femmes parmi 5) ou (3H et 2F)