

SERIE D'EXERCICES N°1

Exercice 1 : Préciser la population, le caractère, La nature du caractère, les modalités.

- On a la durée de 20 conversations téléphoniques en minutes {5, 2, 10, 1, 4, 2, 6, 3, 4, 9, 12, 3, 8, 5, 6, 1, 2, 3, 10, 15}
- Soit une série qui donne le nombre d'enfants de 20 ménages. {4, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 2, 3, 4, 5, 2, 1, 3, 3, 4, 5}
- Nombres de garçons dans une famille de 4 enfants
- Couleur des yeux
- Douleur des malades
- Le gout d'un gâteau
- Le groupe sanguin

Exercice 2 : Préciser la population, le caractère, La nature du caractère.

- Durée de vie d'une ampoule
- Poids des nouveaux nés
- La hauteur des arbres d'une forêt
- Le nombre de grain d'un épi de blé

Exercice 3 : L'étude du périmètre encéphalique (c'est-à-dire le tour de tête) d'un groupe de 48 enfants a fourni les résultats suivants exprimés en centimètres et présentés sous la forme d'une série statistique ordonnée :

40.2 40.5 41.3 41.9 42.2 42.2 43.0 43.5 43.8 44.3 44.4 44.6
44.6 44.9 45.1 45.3 45.9 45.9 46.2 46.4 46.4 46.4 46.8 46.9
47.0 47.0 47.0 47.0 47.3 47.3 47.7 47.8 47.9 48.2 48.4 48.5
49.3 49.3 49.5 49.6 49.7 49.9 50.3 50.8 51.2 51.7 52.2 53.8

- Préciser la population, le caractère, La nature du caractère, les modalités.
- Calculer le mode, la médiane et la moyenne de cette série.

Exercice 4 : La durée de vie (en heures) de 200 ampoules électriques est donnée par la distribution suivante : (FA=fréquence absolue = n_i) 200-300=[200,300[,...

Durée de vie	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000	1100-1200
F.A	7	23	29	38	34	31	24	11	3

- Quelle est la limite supérieure de la 5ème classe ?
- Quelle est la limite inférieure de la 8ème classe ?

- 3) Quel est le centre de la 4ème classe ?
- 5) quelle est la fréquence absolue de la 4ème classe ?
- 6) Quelle est la fréquence relative de la 6ème classe ?
- 7) Quel est le % des ampoules dont la durée de vie est inférieure à 600 heures ?
- 8) Le % des ampoules dont la durée de vie est supérieure à 900 heures ?
- 9) Le % des ampoules dont la durée de vie est comprise entre 500 et 1000 ?

Exercice 5 : La mention obtenue par 40 étudiants pris au hasard dans l'examen de statistiques est consignée comme suit :

bien	faible	passable	faible	passable	excellen t	passable	faible
t.bien	passable	bien	passable	t.bien	passable	faible	bien
t.faible	excellen t	passable	faible	passable	faible	bien	excellent
passable	bien	t.bien	passable	bien	t.faible	passable	bien
bien	t.faible	passable	passable	passable	bien	t.bien	faible

Question : Répartir la mention dans une distribution de fréquences assez simple.

Exercice 6 : on a compté le nombre d'œufs sur chacun des 150 nids. Le tableau suivant est un résumé des résultats obtenus :

Nombre d'œufs	0	1	2	3	4	5	6	total
FA	11	22	45	40	19	11	2	
FR								
FAC								
FRC								

F=fréquence, A=absolue, R=relative, C=cumulée

- 1) Préciser la population, le caractère, La nature du caractère, les modalités.
- 2) Compléter le tableau
- 3) Calculer le mode, la médiane et la moyenne de cette série.

Exercice 7 : suite des questions de l'exercice 3.

- 1) Déterminer par des méthodes connues le nombre de classes.
- 2) Déterminer l'étendue de la série et la longueur de classe proposée.
- 3) Faire une répartition de ces valeurs en classes en commençant à partir de 40.0 sur un tableau des données groupées en classes.
- 4) Tracer l'histogramme, le polygone des fréquences et le polygone des fréquences cumulées.

Exercice 8 : (suite des questions de l'exercice 6). Tracer le graphe approprié à cette distribution des fréquences et celui des fréquences cumulées.

Exercice 9 : suite des questions de l'exercice 6.

- 1) calculer la variance et l'écart type de l'échantillon S.
- 2) Calculer le pourcentage des individus compris dans l'intervalle $[\bar{X} - S, \bar{X} + S]$

Exercice 10: Considérons la distribution de fréquences suivante :

Classes	[1.5 , 1.8[[1.8 , 2.1[[2.1 , 2.4[[2.4 , 2.7[[2.7 ; 3.0[[3.0 , 3.2[
n_i	3	12	14	9	7	3

- 1) Quelle est la nature de la variable étudiée ? Pourquoi ?
- 2) Calculer sa moyenne et sa médiane.
- 3) Trouver la fréquence relative de la 3ème classe et de la 4ème classe.
- 4) Trouver la fréquence cumulée absolue de la 5ème classe et expliquer son sens.

Exercice 11 : La série suivante donne la taille de 40 élèves d'un lycée à 1 cm près :

119	125	126	128	132	135	135	135	136	138
138	140	140	142	142	144	144	145	145	146
146	147	147	148	149	150	150	152	153	154
156	157	158	161	163	164	165	168	173	176

- a) Calculer la moyenne, la médiane et le mode de cette série
- b) Etablir la distribution des effectifs et la distribution de fréquences en utilisant les classes déterminées par les limites: 117.5-126.5-135.5-144.5-153.5-162.5-171.5-180.5
- c) Construire l'histogramme et le polygone de fréquences de cette série relative à cette distribution des effectifs

Exercice 12 : la moyenne arithmétique des 12 notes obtenues par un étudiant est de 9.75. On s'est aperçu qu'il y'a une erreur dans la saisie de la dernière note 8. Que devient la moyenne si on prend en considération que la nouvelle note est 12 ?

Exercice 13 : Le revenu net (par mois) de 40 ouvriers d'une entreprise se répartit comme suit :

Classe ($\times 1000$ D.A)	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65
n_i	n_1	9	13	7	n_5

- 1) Calculer n_1 et n_5 si la moyenne est égale à 40 ($\times 1000$ dinars).
- 2) Calculer sa médiane.

EXERCICES SUPPLEMENTAIRES

Exercice S1 : L'étude du poids de 35 enfants a donné les résultats suivants :

14.06 12.59 12.79 13.19 15.35 16.29 14.55 13.77 11.37 14.58 11.95 13.57
 15.51 11.88 14.65 16.71 15.94 16.43 12.92 15.12 13.07 13.66 14.22 12.85
 13.89 12.34 13.50 14.49 13.74 13.93 12.82 15.14 14.55 15.75 14.14

- 1) ranger les valeurs par ordre croissant
- 2) Déterminer par des méthodes connues le nombre de classes.
- 3) Déterminer l'étendue de la série et la longueur de classe proposée.
- 4) Faire une répartition de ces valeurs en classes sur un tableau des données groupées.
- 5) Tracer l'histogramme, le polygone des fréquences et le polygone des fréquences cumulées.
- 6) Calculer l'écart type, la médiane et le mode de la série groupée en classe.

Exercice S2 : on a choisi au hasard un échantillon de 160 parcelles de terrain d'une région semi-désertique, de 10 m² chacune, on a compté le nombre de plantes d'une variété donnée se trouvant sur chaque parcelle, les résultats sont présentés sur ce tableau :

Nombre de plantes	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de parcelles	40	50	37	21	8	3	1

- 1) Préciser la population, le caractère, La nature du caractère, les modalités.
- 2) Que représente le nombre de parcelles ? le nombre de plantes ?
- 3) Calculer la moyenne, l'écart-type, la médiane, le mode de la distribution
- 4) Tracer les graphes appropriés à cette distribution des fréquences absolues et cumulées.

Exercice S3 : Les fréquences cumulées absolues (FCA) d'une variable statistique sont données par

F.C.A	10	30	70	90	100
-------	----	----	----	----	-----

on sait que :

- L'amplitude de la classe est égale au produit de la fréquence de la 1ère classe par celui de la dernière classe.
- La limite supérieure de la troisième classe est égale au produit de la fréquence de la 2ème classe par celui de la 4ème classe.

- 1) Calculer la moyenne arithmétique de cette variable statistique.
- 2) Calculer sa médiane.

Exercice S4 : Une variable statistique est distribuée comme suit :

Classes	[10, 15[[15, 20[[20, 25[[25, 30[[30, 40[[45, 50[
n _i	30	32	40	58	45	25

- 1) Trouver les moments simples d'ordre 1, 2, 3 et 4.
- 2) Quelle est la nature de la distribution ?

Exercice S5 : Calculer les moments centrés d'ordre 1,2,3et 4 de la distribution de l'Exercice 13.

SERIE 1 : le Corrigé

Exercice 1 : a) conversations téléphoniques, durée = temps, continu, intervalle [1, 15]
 b) ménages, nombre d'enfants, discret, {0, 1, 2, 3, 4}
 c) familles, nombre de garçons, discret, {0, 1, 2, 3, 4}
 d) humains (personnes), couleur des yeux, {marron, bleue, noire, verte}
 e) malades, la douleur (son degré), Qualitative ordinale, {faible, moyenne, forte, très forte ou aigue}
 f) gâteaux, gout, Qualitative ordinale, {fade (mauvais), moyen, bon, très bon, excellent}
 g) humains (personnes), groupe sanguin, Qualitative nominale, {A, B, O, AB}

Exercice 2 a) ampoules, durée de vie=temps, continu, b) Nouveaux nés, poids, continu
 c) Les arbres d'une forêt donnée, longueur, continu d) Les épis de blé, le nombre de grains, discret

Exercice 3 : 1) enfants, tour de tête, continu, intervalle [40.2, 53.8]

$$2) M_o = 47.0 \dots \quad M_e = \frac{X_{(24)} + X_{(25)}}{2} = 46.95 \dots \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{48} X_i}{48} = 46.68$$

Exercice 4 : 1) 700, 2) 900, 3) 550, 4) 38, 5) 0.155, 6) 48.5 %, 7) 7 %, 8) 69 %

Exercice 5 :

mention	T faible	faible	Passable	Bien	T bien	Excellent	total
FA = n_i	3	7	14	9	4	3	40

Exercice 6 :

Nombre d'œufs	0	1	2	3	4	5	6	Total
FA (n_i)	11	22	45	40	19	11	2	150
FR (n_i/n)	0.073	0.147	0.3	0.267	0.127	0.073	0.013	1
FCA	11	33	78	118	137	148	150	
FCR	0.073	0.22	0.52	0.79	0.91	0.99	1.00	

FCA : fréquences cumulées absolues ; FCR : fréquences cumulées relatives

1) Nids d'oiseaux ; nombre d'œufs ; discret ; {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

$$2) M_o = 2 ; M_e = 2 \quad ; \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i x_i}{n} = \frac{375}{150} = 2.5$$

Exercice 7 :

$$1) \text{ La règle de Sturge} \quad k = 1 + 3.33 \times \log_{10}(n) = 1 + 3.33 \frac{\ln(n)}{\ln(10)} = 6.54$$

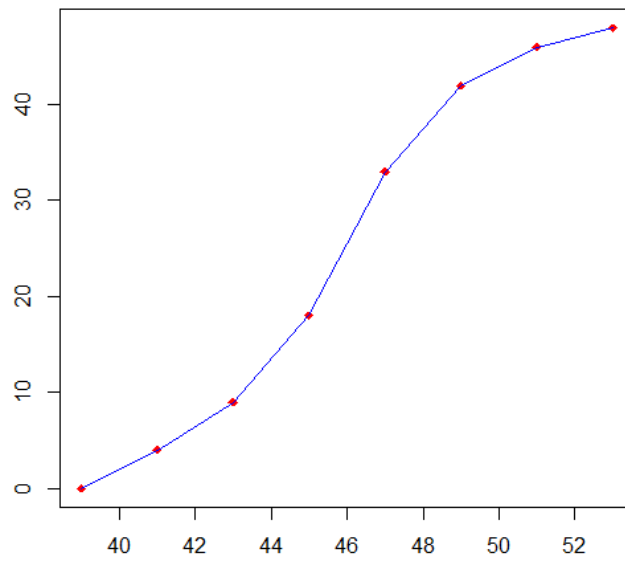
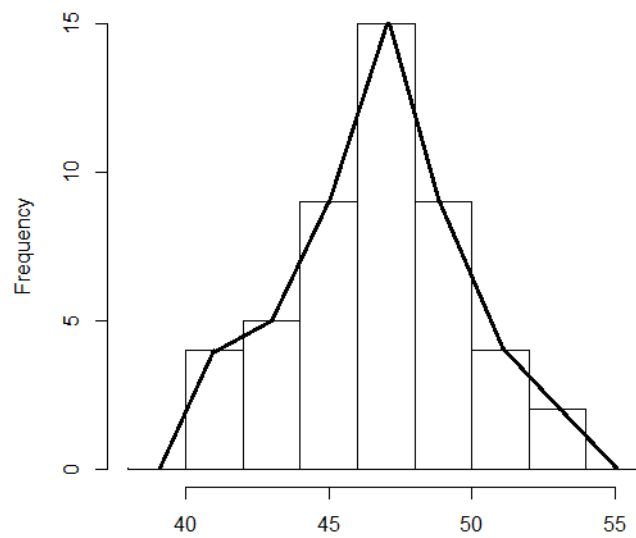
$$\text{La règle de Yule} \quad 2.5 \sqrt[4]{n} = 6.58$$

Le nombre de classe (arrondi à l'entier le plus proche pour les 2 méthodes) est $k=7$

- 2) Etendue de la série $=: E_t = x_{(n)} - x_{(1)} = 13.6$; longueur commune des classe est $=: \frac{E_t}{7} = 1.94 \cong 2$

3)

classes	n_i	x_i	FCA	$n_i x_i$
[40.0 , 42.0[4	41	4	164
[42.0 , 44.0[5	43	9	215
[44.0 , 46.0[9	45	18	405
[46.0 , 48.0[15	47	33	705
[48.0 , 50.0[9	49	42	441
[50.0 , 52.0[4	51	46	204
[52.0 , 54.0[2	53	48	106
total	48			2240



Histogrammes des fréquences absolues (effectifs)

polygone des fréquences (absolues) cumulées

Exercice 8 :

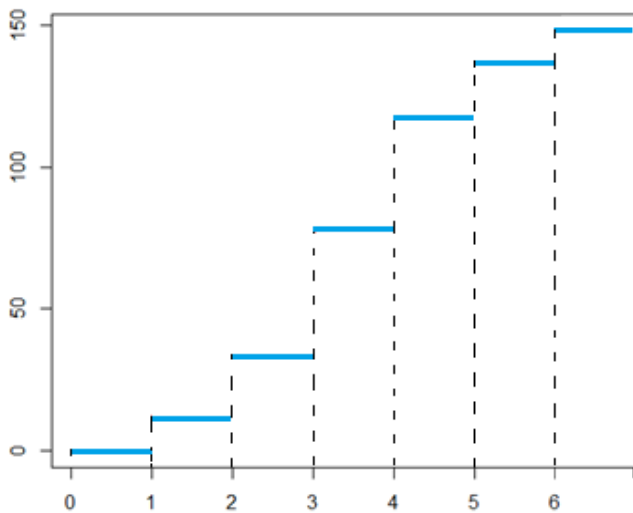
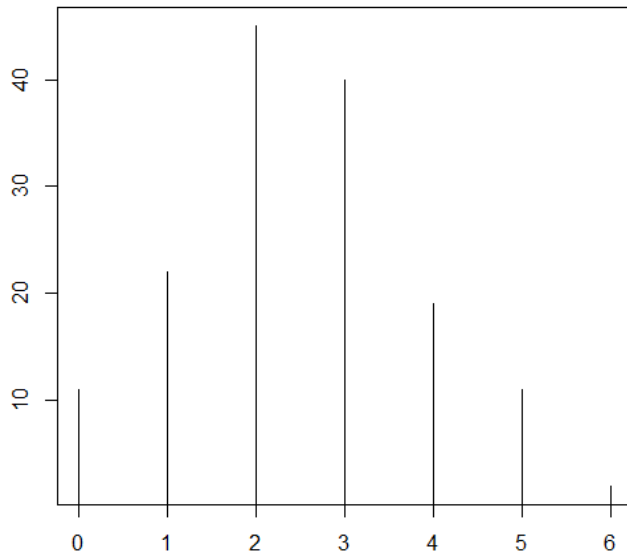


Diagramme en bâtons des effectifs

Diagramme en escaliers des FCA

Exercice 9 :
$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = 1.84$$

$S = 1.36$

Le nombre des individus dans l'intervalle $[2.5 - 1.36, 2.5 + 1.36] = [1.14, 3.86]$ est $45 + 40 = 85$, le % = 0.57

Exercice 10 :

1) Continu car les modalités appartiennent à des intervalles de \mathbb{R} , exemple $[1.5, 1.8[$.

2) $\bar{X} = 2.34$

$n/2 = 24$, la classe médiane est $[a, b[= [2.1, 2.4[$. $Me = a + (b - a) \times \frac{\frac{n}{2} - N_i}{n_i} = 2.29$

où N_i = FCA de la classe qui précède la classe médiane (avant) et n_i = FA de la classe médiane.

3) 0.29, 0.19

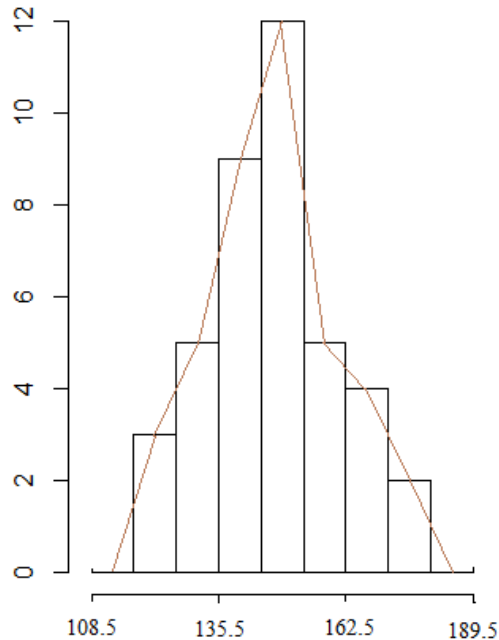
4) $\cong 0.94$ 94 % des individus ont des valeurs de leur caractère inférieures à 3.

Exercice 11 :

$$a) \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{40} X_i}{40} = 146.8 \quad M_e = \frac{X_{(20)} + X_{(21)}}{2} = 146 \quad M_o = 135$$

b)

classes	117.5 180.5	126.5	135.5	144.5	153.5	162.5	171.5
FA	3	5	9	12	5	4	2



c) Histogramme et polygone des fréquences absolues (effectifs)

Exercice 12 : 1) On note par \bar{X} la moyenne initiale égale à 9.75 et $n=12$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{n} = 9.75$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{12} y_i}{12} = \frac{y_1 + \dots + y_{12}}{12} = \frac{x_1 + \dots + (x_{12} + 4)}{12} = \bar{X} + \frac{4}{12} = 10.08$$

Exercice 13

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n} \Rightarrow n\bar{X} = \sum_{i=1}^k n_i x_i = 20n_1 + 9 \times 30 + \dots + 60 \times n_5 = 40 \times 40 \quad \text{éq. (1)}$$

$$\text{D'autre part, nous avons} \quad \sum_{i=1}^k n_i = n = n_1 + n_5 + 29 = 40 \quad \text{éq. (2)}$$

Des 2 équations on tire $n_1 = 5$ et $n_5 = 6$

$$3) \quad n/2=20, \text{ la classe médiane est } [a, b[= [35, 45[. \quad Me = a + (b - a) \times \frac{\frac{n}{2} - N_i}{n_i} = 39.61$$

on utilise les mêmes notations que celles de l'exercice 10