Université Ferhat Abbas Sétif1 Lundi 18/03/2019
Faculté des Sciences, Département SM
$1^{ère}$ année LMD

Rattrapage de Mathématiques 1

Durée : 01h30mn

Exercice n° 1. (04 points)

1. Déterminer $\sup$ et $\inf$ de l'ensemble $A = \left\{ \dfrac{3n}{3n+2} \;/\; n \in \mathbb{N} \right\}$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $|3x - 1| > 1$.

Exercice n° 2. (08 points)
Soit f une fonction définie par :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{x} - 1$$

1. Étudier la continuité de f sur son domaine de définition.
2. Montrer que f admet un prolongement par continuité en 0.
3. Soit g une fonction définie par

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + 1, & \text{si } x < 0; \\ x^2 + ax + b, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

   Déterminer a et b tels que f est dérivable en 0.

Exercice n° 3. (08 points)
I)Dans $\mathbb{R}^3$, On considère $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 2z = 0\}$ et
$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 3y + 2z = 0\}$

1. Montrer que E et F sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$.
2. Donner une base de E, F et $E \cap F$.

II) Soit l'application linéaire suivante :

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \;\; (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = (x - y + 2z, x - 3y + 2z)$$

– Déterminer $\ker f$. En déduire si f est injective.

Bonne Chance